DEVOIR SURVEILLÉ 5

Calculatrice autorisée

Lundi 12 janvier 2026

EXERCICE 1 (4 POINTS)

1. **a.** Le prix d'un article subit une hausse de 2 %.
   Quelle évolution devra-t-il subir pour revenir à son prix initial ?

   b. Le nombre de commerciaux d'une entreprise a diminué de 12 %.
   Quelle évolution permettrait de retrouver le nombre de départ ?

2. **a.** Le prix d'un article subit une baisse de 17 % puis une baisse de 61 %.
   Déterminer le taux d'évolution global du prix de cet article.

   b. La population d'une ville a diminué de 9 % en 2021 puis a augmenté de 13 % en 2022.
   Quel est le taux d'évolution global ?

CORRECTION

1. **a.** $CM = 1{,}02$ donc $CM_r = \dfrac{1}{1{,}02} \approx 0{,}9804$ donc $t_r = CM_r - 1 \approx -0{,}0196$.
   Ainsi, l'évolution réciproque correspond à une baisse d'environ 1,96%.

   b. $CM = 0{,}88$ donc $CM_r = \dfrac{1}{0{,}88} \approx 1{,}1364$ donc $t_r = CM_r - 1 \approx 0{,}1364$.
   Ainsi, l'évolution réciproque correspond à une hausse d'environ 13,64%.

2. **a.** $CM_g = CM_1 \times CM_2 = 0{,}83 \times 0{,}39 = 0{,}3237$ donc $t_g = CM_g - 1 = -0{,}6763$.
   Ainsi, l'évolution globale correspond à une baisse de 67,63%.

   b. $CM_g = CM_1 \times CM_2 = 0{,}91 \times 1{,}13 = 1{,}0283$ donc $t_g = CM_g - 1 = 0{,}0283$.
   Ainsi, l'évolution globale correspond à une hausse de 2,83%.

EXERCICE 2 (8 POINTS)

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher. Sur chacune d'elles est inscrit un nombre comme l'indique le tableau ci-dessous :

Nombre inscrit	1	2	5	10
Nombre de boules	4	3	2	1

Un joueur mise 4 euros puis tire une boule au hasard. Chaque boule a la même probabilité d'être tirée. Il reçoit le montant (en euros) inscrit sur la boule.

1. Le joueur effectue un tirage. On appelle p_1 la probabilité qu'il perde (c'est-à-dire qu'il reçoive moins de 4 euros) et p_2 la probabilité qu'il gagne (c'est-à-dire qu'il reçoive plus de 4 euros). Calculer p_1 et p_2.

2. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, fait correspondre le « gain » du joueur (positif s'il gagne, négatif s'il perd).

   a. Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X ?

   b. Présenter la loi de probabilité de X dans un tableau.

   c. Calculer l'espérance $E(X)$.

3. Un jeu est équitable si et seulement si $E(X) = 0$. On décide de changer le nombre inscrit sur une seule boule portant le nombre 1. Quel nombre doit-on y inscrire pour que le jeu soit équitable ?

CORRECTION

1. $p_1 = \frac{4+3}{10} = 0{,}7$ et $p_2 = \dfrac{2+1}{10} = 0{,}3$.

2. **a.** X peut être égal à $-3, -2, 1$ et 6 en prenant en compte la mise de 4 euros.

   b. Voici la loi de X.

Valeur x	-3	-2	1	6
Probabilité $\mathbb{P}(X = x)$	0,4	0,3	0,2	0,1

   c. $E(X) = -3 \times 0{,}4 - 2 \times 0{,}3 + 1 \times 0{,}2 + 6 \times 0{,}1 = -1$.

3. Modifions le tableau de loi par :

Valeur x	-3	-2	1	6	y -4
Probabilité $\mathbb{P}(X = x)$	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1

Ici, y désigne le nombre inscrit sur la boule modifiée. Résolvons $E(X) = 0$.

$$\begin{aligned} E(X) &= 0 \\ \Leftrightarrow -3 \times 0{,}3 - 2 \times 0{,}3 + 1 \times 0{,}2 + 6 \times 0{,}1 + (y-4) \times 0{,}1 &= 0 \\ \Leftrightarrow (y-4) \times 0{,}1 &= 0{,}7 \\ \Leftrightarrow y - 4 &= 7 \\ \Leftrightarrow y &= 11 \end{aligned}$$

Il faut remplacer une boule 1 par une boule 11 pour obtenir un jeu équitable.

EXERCICE 3 (8 POINTS)

Une entreprise organise un sondage interne concernant le télétravail. Les résultats indiquent que 72 % des salariés sont favorables. On interroge au hasard trois salariés. Le nombre de salariés est suffisamment grand pour assimiler ce choix à un tirage avec remise.
On définit la variable aléatoire X comme le nombre de salariés favorables parmi les trois interrogés.

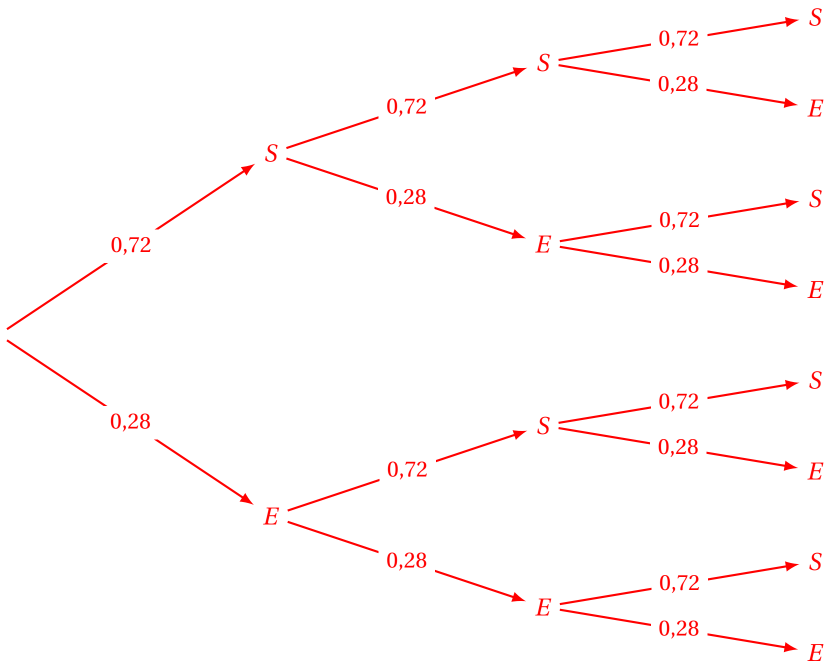
1. Réaliser un arbre pondéré de l'expérience aléatoire.
2. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Préciser ses paramètres.
3. Calculer la probabilité que :
   a. aucun salarié ne soit favorable;
   b. exactement deux salariés soient favorables.
4. Calculer la probabilité qu'au moins deux salariés soient favorables.
5. Calculer $E(X)$.

CORRECTION

On note S l'événement « le salarié est favorable » et E l'événement « le salarié n'est pas favorable ».

$$\mathbb{P}(S) = 0{,}72 \qquad \text{et} \qquad \mathbb{P}(E) = 0{,}28.$$

1.



2. X compte le nombre de succès (S) lors de 3 tirages identiques et indépendants, avec probabilité de succès $p = 0{,}72$. Donc

$$X \sim \mathscr{B}(3\,;0{,}72).$$

3. Par lecture de l'arbre, on a :

- Aucun salarié favorable :
$$\mathbb{P}(X=0) = \mathbb{P}(EEE) = 0{,}28 \times 0{,}28 \times 0{,}28 \approx 0{,}022.$$

- Exactement deux favorables :
$$\mathbb{P}(X=2) = \mathbb{P}(SSE) + \mathbb{P}(SES) + \mathbb{P}(ESS) = 3 \times 0{,}72 \times 0{,}72 \times 0{,}28 \approx 0{,}436.$$

4.

$$\mathbb{P}(X \geq 2) = \mathbb{P}(X=2) + \mathbb{P}(X=3).$$

Or

$$\mathbb{P}(X=3) = \mathbb{P}(SSS) = 0{,}72^3 \approx 0{,}373.$$

Donc $\mathbb{P}(X \geq 2) \approx 0{,}809$.

5. Pour une loi binomiale $\mathscr{B}(n, p)$,

$$E(X) = np.$$

Ici :

$$E(X) = 3 \times 0{,}72 = 2{,}16.$$

En moyenne, environ 2,16 salariés sur 3 sont favorables.