

DEVOIR SURVEILLÉ 4 A

Calculatrice interdite

Lundi 8 décembre 2025

EXERCICE 1 (6 POINTS)

1. Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée au maximum.

a. $A = \frac{6}{8} - \frac{2}{9}$

b. $B = \frac{6}{18} + \frac{7}{2}$

2. Calculer et donner le résultat sous forme irréductible.

a. $C = \frac{6}{55} \times \frac{-77}{-27}$

b. $D = \frac{66}{35} \times \frac{-15}{-44}$

3. Effectuer les calculs suivants.

a. $E = \frac{8}{9} \times \frac{5}{6} + \frac{1}{9}$

b. $F = \frac{9}{5} \times \frac{5}{5} - \frac{6}{5}$

CORRECTION

1. a.

$$A = \frac{6}{8} - \frac{2}{9}$$

$$A = \frac{54}{72} - \frac{16}{72} = \frac{38}{72}$$

On simplifie par 2 :

$$A = \frac{19}{36}$$

b.

$$B = \frac{6}{18} + \frac{7}{2}$$

$$B = \frac{2}{6} + \frac{21}{6} = \frac{23}{6}$$

2. a.

$$C = \frac{6}{55} \times \frac{-77}{-27}$$

Les signes se simplifient :

$$\frac{-77}{-27} = \frac{77}{27}$$

$$C = \frac{2 \times 3 \times 7 \times 11}{5 \times 11 \times 3^3}$$

On simplifie par 11 puis par 3 :

$$C = \frac{2 \times 7}{5 \times 3^2} = \frac{14}{45}$$

b.

$$D = \frac{66}{35} \times \frac{-15}{-44}$$

Les signes se simplifient :

$$\frac{-15}{-44} = \frac{15}{44}$$

$$D = \frac{2 \times 3 \times 11 \times 3 \times 5}{5 \times 7 \times 4 \times 11}$$

On simplifie par 11 puis par 5 :

$$D = \frac{2 \times 3 \times 3}{7 \times 4} = \frac{18}{28}$$

On simplifie par 2 :

$$D = \frac{9}{14}$$

3. a.

$$E = \frac{8}{9} \times \frac{5}{6} + \frac{1}{9}$$

$$E = \frac{40}{54} + \frac{1}{9} = \frac{20}{27} + \frac{3}{27} = \frac{23}{27}$$

b.

$$F = \frac{9}{5} \times \frac{5}{5} - \frac{6}{5}$$

$$F = \frac{9}{5} - \frac{6}{5} = \frac{3}{5}$$

DEVOIR SURVEILLÉ 4 A

Calculatrice autorisée

Lundi 8 décembre 2025

EXERCICE 2 (7 POINTS)

Alicia mets de l'argent de coté tous les mois. Au début de l'année, elle place 120 euros sur un compte épargne. Chaque mois, elle épargne 30 euros de plus que le mois précédent.

On note u_n le montant épargné à fin du mois n .

1. Donner u_0 et calculer u_1 , u_2 et u_3 .
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
3. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
4. Exprimer u_n en fonction de n .
5. Calculer le montant épargné le dernier mois de l'année.
6. Au bout de combien de temps son épargne mensuelle dépassera 500 euros par mois?
7. Calculer la somme totale épargnée sur l'année complète.

CORRECTION

On a :

$$u_0 = 120$$

Chaque mois, l'épargne augmente de 30 euros.

1. $u_1 = 120 + 30 = 150$, $u_2 = 180$, $u_3 = 210$
2. $u_{n+1} = u_n + 30$
3. La suite (u_n) est arithmétique de raison $r = 30$.
4. $u_n = 120 + 30n$
5. Dernier mois de l'année : $n = 12$
 $u_{12} = 120 + 30 \times 12 = 480$
6. $120 + 30n > 500 \Rightarrow 30n > 380 \Rightarrow n > 12,67$

Donc à partir du 13^e mois.

7. Somme des 13 premiers termes :

$$u_0 + \dots + u_{12} = \frac{u_0 + u_{12}}{2} \times 13 = 3900$$

EXERCICE 3 (5 POINTS)

Une publicité en ligne est vue par 500 personnes. On décide de booster la visibilité et chaque jour, le nombre de personnes qui voient la pub augmente de 12%.

On note v_n le nombre de personnes atteintes par la pub le n -ième jour. Ainsi, $v_0 = 500$.

1. Calculer v_1 , v_2 et v_3 .
2. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n .

3. Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
4. Exprimer v_n en fonction de n .
5. Calculer la somme du nombre total de personnes atteintes durant les 10 premiers jours.

CORRECTION

$$v_0 = 500 \quad \text{augmentation de 12\%}$$

1.

$$v_1 = 500 \times 1,12 = 560$$

$$v_2 = 560 \times 1,12 = 627,2$$

$$v_3 = 702,464$$

2.

$$v_{n+1} = 1,12 v_n$$

3. La suite (v_n) est géométrique de raison 1,12.

4.

$$v_n = 500 \times 1,12^n$$

5.

$$v_0 + \dots + v_9 = 500 \frac{1 - 1,12^{10}}{1 - 1,12}$$

EXERCICE 4 (2 POINTS)

Calculer $S = 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{3}{2048}$ en utilisant une suite géométrique adéquate.

CORRECTION

$$S = 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{3}{2048}$$

On reconnaît la somme d'une suite géométrique de premier terme 3 et de raison $\frac{1}{2}$.

$$2048 = 2^{11} \Rightarrow 12 \text{ termes}$$

$$S = 3 \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{12}}{1 - \frac{1}{2}} = 6 \left(1 - \frac{1}{4096}\right) \approx 5,999$$