

DEVOIR SURVEILLÉ 1

Calculatrice autorisée

Mercredi 20 septembre 2023

EXERCICE 1 (6 POINTS)

Le tableau ci-dessous donne la répartition en 2005 et 2010 des ouvriers et cadres dans une entreprise, ainsi que le salaire de chacun.

	2005		2010	
	Effectifs	Salaires	Effectifs	Salaires
Cadres	30	2500	20	2600
Ouvriers	40	1200	50	1300
Total	70	123 000	70	117 000

Le directeur affirme : “*dans mon entreprise, en 5 ans, tous les salaires ont augmenté, ceux des cadres et ceux des ouvriers*”.

Le responsable syndical affirme : “*dans l’entreprise, en 5 ans, le salaire moyen a diminué.*”

Qui a raison ?

Calculer le pourcentage d’évolution (augmentation ou diminution) du salaire des cadres, du salaire des ouvriers, et du salaire moyen entre 2005 et 2010.

CORRECTION

- Entre 2005 et 2010, le salaire des cadres est passé de 2500 à 2600 et celui des ouvriers de 1200 à 1300. **Le directeur dit vrai.**

EN 2005, le salaire moyen était de $\frac{123\,000}{70} \approx 1757,14$ euros tandis qu’en 2010, il était de $\frac{117\,000}{70} \approx 1671,43$ euros. **Le responsable syndical a aussi raison.**

- Calculons d’abord les taux d’évolution associés. Nous donnerons ensuite les pourcentages d’évolution.

$$\tau_{cad} = \frac{2600}{2500} = 1,04 \text{ donc il y a eu } 4\% \text{ d'évolution pour le salaire des cadres.}$$

$$\tau_{ouv} = \frac{1300}{1200} \approx 1,083 \text{ donc il y a eu } 8,3\% \text{ d'évolution pour le salaire des ouvriers.}$$

$$\tau_{moy} \approx \frac{1671,43}{1757,14} \approx 0,951 \text{ donc il y a eu } -4,9\% \text{ d'évolution pour le salaire moyen.}$$

EXERCICE 2 (4 POINTS)

Calculer, en **détaillant**, la moyenne, la variance et l’écart type de la série :

Valeur du caractère	-12	5	9
Fréquence	0,2	0,2	0,6

CORRECTION

- La moyenne est égale à $m = 0,2 \times (-12) + 0,2 \times 5 + 0,6 \times 9 = 4$.
- La variance est égale à $V = 0,2 \times ((-12) - 4)^2 + 0,2 \times (5 - 4)^2 + 0,6 \times (9 - 4)^2 = 66,4$.
- L’écart type vaut $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{66,4} \approx 8,149$.

EXERCICE 3 (4 POINTS)

Un quartier résidentiel comprend 99 unités d’habitation ayant une valeur locative moyenne de 1000 euros. Deux nouvelles unités d’habitation sont construites dans le quartier : l’une a une valeur locative de 700 euros et l’autre, une villa luxueuse, a une valeur locative de 11 400 euros.

- Quelle est la nouvelle moyenne de valeur locative pour le quartier?
- Pouvait-on s'attendre à un tel résultat?

CORRECTION

- La nouvelle moyenne de valeur locative pour le quartier est :

$$m = \frac{99 \times 1000 + 1 \times 700 + 1 \times 11400}{99 + 1 + 1} = 1100 \text{ euros.}$$

- C'était attendu, la moyenne des deux nouvelles habitations est $\frac{11400 + 700}{2} = 6050$ euros, soit beaucoup plus que la moyenne des 99 premières.

EXERCICE 4 (6 POINTS)

Lors des 10 contrôles de mathématiques (notés sur 10), Tic n'a eu que des 5 et des 8 et Tac n'a eu que des 6 et des 9.

- La propriété suivante est-elle vraie ou fausse ? "Tac a une meilleure moyenne que Tic."
- Soit x le nombre de 5 obtenus par Tic et y le nombre de 6 obtenus par Tac.
 - Exprimer la moyenne de Tic en fonction de x et celle de Tac en fonction de y .
 - Justifier que la moyenne de Tic est supérieure ou égale à celle de Tac si, et seulement si, $y \geq x + \frac{10}{3}$.
- a. Dans un repère orthonormé, représenter la droite d'équation $y = x + \frac{10}{3}$.
 - Pour combien de couples $(x; y)$ Tic a-t-il une meilleure moyenne que Tac ?

CORRECTION

- Si Tic a dix 5 et aucun 8, sa moyenne est de 5 alors qu'avec dix 8 et aucun 5, elle est de 8.
 - De son côté, si Tac a dix 6 et aucun 9, sa moyenne est de 6 alors qu'avec dix 9 et aucun 6, elle est de 9.

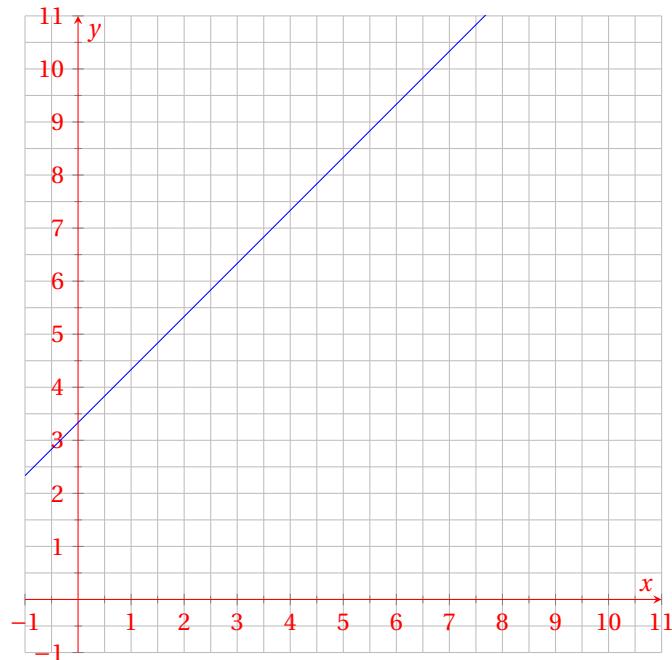
Il est ainsi clair qu'on ne peut pas conclure sur la propriété sans connaître les effectifs pour chaque élève.

- $m_{tic} = \frac{5x + 8(10 - x)}{10}$ et $m_{tac} = \frac{6y + 9(10 - y)}{10}$.

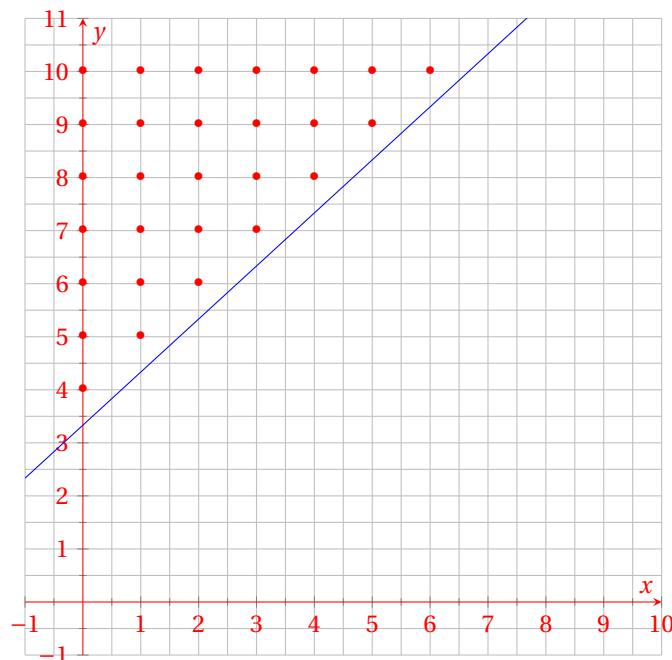
b.

$$\begin{aligned}
 m_{tic} &\geq m_{tac} \\
 \Leftrightarrow \frac{5x + 8(10 - x)}{10} &\geq \frac{6y + 9(10 - y)}{10} \\
 \Leftrightarrow 5x + 8(10 - x) &\geq 6y + 9(10 - y) \\
 \Leftrightarrow -3x + 80 &\geq -3y + 90 \\
 \Leftrightarrow -3x - 10 &\geq -3y \\
 \Leftrightarrow x + \frac{10}{3} &\leq y
 \end{aligned}$$

3. a.



- b. Nous allons indiquer dans le graphique précédent tous les points à coordonnées entières telles que $x + \frac{10}{3} \leq y$ et les compter.



Il y a 28 couples $(x; y)$ tels que Tic a une meilleure moyenne que Tac.