Classe : Terminale STI2D
Calculatrice : ⛔
Durée : 25 minutes

Test n°1

Exercice 1 | 3 points

Calculer les dérivées des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}^*$:

1. $f(x) = x + 1 + \dfrac{1}{x}$

2. $g(x) = \dfrac{6}{7}x^2 + 4x - \dfrac{1}{x}$

3. $h(x) = -2x^3 + \dfrac{1}{5} + \dfrac{12}{x}$

Correction

Soit $x \in \mathbb{R}^*$.

1. $f'(x) = 1 + 0 + \left(\dfrac{-1}{x^2}\right) = 1 - \dfrac{1}{x^2}$

2. $g'(x) = \dfrac{6}{7} \times 2x + 4 - \left(\dfrac{-1}{x^2}\right) = \dfrac{12}{7}x + 4 + \dfrac{1}{x^2}$

3. $h'(x) = -2 \times 3x^2 + 0 + 12 \times \left(\dfrac{-1}{x^2}\right) = -6x^2 - \dfrac{12}{x^2}$

Exercice 2 | 6 points

Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a, a étant un réel donné.

1. $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$; $a = -2$

2. $f(x) = \dfrac{4}{3}x^2 - \dfrac{2}{3}x + \dfrac{2}{x}$; $a = 1$

Correction

On rappelle la formule générale de l'équation de la tangente :

$$T_a : y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

1. On donne d'abord la dérivée de f : $f'(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$.

Ainsi, $f(a) = f(-2) = (-2)^4 + (-2)^3 + (-2)^2 + (-2) + 1 = 2^4 - 2^3 + 2^2 - 2 + 1 = 16 - 8 + 4 - 2 + 1 = 11$.

De même, $f'(a) = f'(-2) = 4 \times (-2)^3 + 3 \times (-2)^2 + 2 \times (-2) + 1 = -32 + 12 - 4 + 1 = -23$.

Finalement, $T_{-2} : y = -23(x + 2) + 11$ et donc, en développant $T_{-2} : y = -23x - 35$.

2. On donne d'abord la dérivée de f : $f'(x) = \dfrac{8}{3}x - \dfrac{2}{3} - \dfrac{2}{x^2}$.

Ainsi, $f(a) = f(1) = \dfrac{4}{3} - \dfrac{2}{3} + \dfrac{2}{1} = \dfrac{4 - 2 + 6}{3} = \dfrac{8}{3}$.

De même, $f'(a) = f'(1) = \dfrac{8}{3} - \dfrac{2}{3} - \dfrac{2}{1^2} = \dfrac{8}{3} - \dfrac{2}{3} - 2 = \dfrac{8 - 2 - 6}{3} = 0$.

Finalement, $T_1 : y = 0(x + 2) + \dfrac{8}{3}$ et donc $T_1 : y = \dfrac{8}{3}$.

Exercice 3 | 1 point

Construire le tableau de variations de la fonction inverse.

Correction

On a $f(x) = \dfrac{1}{x}$ pour $x \in \mathbb{R}^*$ et $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$\dfrac{1}{x}$		$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$	