Classe : Terminale STI2D
Calculatrice : ✔
Durée : 1 heure

Devoir surveillé n°1

Exercice 1 | 5 points

Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a, a étant un réel donné.

1. $f(x) = x^3 - x^2 + x + 1$; $a = -2$

2. $f(x) = \frac{4}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{2}{x}$; $a = 1$

Correction

On rappelle la formule générale de l'équation de la tangente :

$$T_a : y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

1. On donne d'abord la dérivée de f : $f'(x) = 3x^2 - 2x + 1$.

Ainsi, $f(a) = f(-2) = (-2)^3 - (-2)^2 + (-2) + 1 = -2^3 - 2^2 - 2 + 1 = -8 - 4 - 2 + 1 = -13$.

De même, $f'(a) = f'(-2) = 3 \times (-2)^2 - 2 \times (-2) + 1 = 12 + 4 + 1 = 17$.

Finalement, $T_{-2} : y = 17(x+2) - 13$ et donc, en développant $T_{-2} : y = 17x + 21$.

2. On donne d'abord la dérivée de f : $f'(x) = \frac{8}{3}x - \frac{2}{3} - \frac{2}{x^2}$.

Ainsi, $f(a) = f(1) = \frac{4}{3} - \frac{2}{3} + \frac{2}{1} = \frac{4-2+6}{3} = \frac{8}{3}$.

De même, $f'(a) = f'(1) = \frac{8}{3} - \frac{2}{3} - \frac{2}{1^2} = \frac{8}{3} - \frac{2}{3} - 2 = \frac{8-2-6}{3} = 0$.

Finalement, $T_1 : y = 0(x+2) + \frac{8}{3}$ et donc $T_1 : y = \frac{8}{3}$.

Exercice 2 | 8 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 7x - \frac{4}{x}$$

1. Déterminer $f'(x)$.

2. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}^*$,

$$f'(x) = \frac{(x-2)(x-1)(3x+2)}{x^2}$$

3. En déduire les variations de f.

Correction

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $f'(x) = 3x - 7 + \frac{4}{x^2}$.

2. On développe $\frac{(x-2)(x-1)(3x+2)}{x^2}$:

$$\frac{(x-2)(x-1)(3x+2)}{x^2} = \frac{(x^2-3x+2)(3x+2)}{x^2} = \frac{3x^3-7x^2+4}{x^2} = 3x-7+\frac{4}{x^2}$$

3.

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		0		1		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$3x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
x^2		$+$		$+$	0	$+$		$+$		$+$	
$\frac{(x-2)(x-1)(3x+2)}{x^2}$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	$\Vert$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Exercice 3 | 7 points

1. Les tailles en cm des joueuses de volley de l'équipe de France 2007 étaient :

196 ; 169 ; 186 ; 183 ; 180 ; 187 ; 191 ; 183 ; 168 ; 186 ; 181 ; 182.

a) Donner la moyenne de cette série statistique **en justifiant**.

b) Donner la variance de cette série statistique **en justifiant**.

c) Donner l'écart-type de cette série statistique **en justifiant**.

2. On considère la série statistique : 1 ; 0 ; 3 ; 1 ; 0 ; 1 ; 1 ; 2 ; 0. Calculer l'écart-type.

3. On a relevé, en cm, la taille de 10 des 11 joueurs d'une équipe de football. Il manque la taille du gardien de but qui est le plus grand des joueurs.

189 ; 180 ; 181 ; 176 ; 178 ; 183 ; 173 ; 178 ; 185 ; 178

Sachant que la taille moyenne des 11 joueurs est 181 cm, calculer la taille du gardien de but.

Correction

1. a)

$$\overline{x} = \frac{196+169+186+183+180+187+191+183+168+186+181+182}{12} = \frac{2192}{12} \simeq 182{,}67$$

b)

$$V = \frac{(196-\overline{x})^2+(169-\overline{x})^2+\cdots+(181-\overline{x})^2+(182-\overline{x})^2}{12} \simeq 58{,}39$$

c)

$$\sigma = \sqrt{V} \simeq \sqrt{58{,}39} \simeq 7{,}641$$

2. On a besoin de déterminer successivement la moyenne, puis la variance et enfin l'écart-type.

$$\overline{x} = \frac{1+0+3+1+0+1+1+2+0}{9} = \frac{9}{9} = 1$$

$$V = \frac{(1-1)^2+(0-1)^2+(3-1)^2+(1-1)^2+(0-1)^2+(1-1)^2+(1-1)^2+(2-1)^2+(0-1)^2}{9}$$

Donc $V = \dfrac{0+1+4+0+1+0+0+1+1}{9} = \dfrac{8}{9}$.

$$\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{\frac{8}{9}} \simeq 0{,}943$$

3. Soit x la taille du gardien. On met en équation la moyenne :

$$181 = \frac{x+189+180+181+176+178+183+173+178+185+178}{11}$$

Après résolution de cette équation de degré 1, on trouve $x = 190$.