DEVOIR SURVEILLÉ 3B

Calculatrice autorisée

Mardi 25 novembre 2025

EXERCICE 1 (5 POINTS)

Déterminer les limites suivantes.

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} 7x^3-3x^2+x-4$

CORRECTION

Nous sommes face à une forme indéterminée. On factorise par x^3 :

$$7x^3-3x^2+x-4 = x^3\left(7-\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}-\frac{4}{x^3}\right).$$

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(7-\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}-\frac{4}{x^3}\right)=7$ donc par produit :

$$\lim_{x\to+\infty} 7x^3-3x^2+x-4=+\infty.$$

2. $\lim\limits_{x\to1}\left(1-x^2\right)\times\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$

CORRECTION

$\lim\limits_{x\to1}(1-x^2)=1-1=0$ et $\lim\limits_{x\to1}\left(1+\frac{1}{x}\right)=1+\frac{1}{1}=2$ donc par produit :

$$\lim_{x\to1}\left(1-x^2\right)\left(1+\frac{1}{x}\right)=0.$$

3. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{12x^2-9x+4}{x-3}$

CORRECTION

Pour lever l'indétermination, nous factorisons par les termes dominants :

$$\frac{12x^2-9x+4}{x-3}=\frac{x^2\left(12-\frac{9}{x}+\frac{4}{x^2}\right)}{x\left(1-\frac{3}{x}\right)}=x\times\frac{12-\frac{9}{x}+\frac{4}{x^2}}{1-\frac{3}{x}}.$$

$\lim\limits_{x\to-\infty} x=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{12-\frac{9}{x}+\frac{4}{x^2}}{1-\frac{3}{x}}=12$ donc par produit :

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{12x^2-9x+4}{x-3}=-\infty.$$

4. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{-12x^2-9x+4}{3-x}$

CORRECTION

$\lim\limits_{x\to2}(-12x^2-9x+4)=-62$ et $\lim\limits_{x\to2}(3-x)=1$ donc par quotient :

$$\lim_{x\to2}\frac{-12x^2-9x+4}{3-x}=-62.$$

5. $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{12x^2-9x+4}{x-3}$

CORRECTION

$\lim\limits_{x\to3^+}(12x^2-9x+4)=85$ et $\lim\limits_{x\to3^+}(x-3)=0^+$ donc par quotient :

$$\lim_{x\to3^+}\frac{12x^2-9x+4}{x-3}=+\infty.$$