Devoir surveillé 3A

Calculatrice autorisée

Mardi 25 novembre 2025

Exercice 1 (5 points)

Déterminer les limites suivantes.

1. $\lim\limits_{x \to -\infty} 5x^3 - 2x^2 - x + 1$

Correction

Nous sommes face à une forme indéterminée $+\infty - \infty$ donc factorisons :

$$5x^3 - 2x^2 - x + 1 = x^3\left(5 - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right)$$

$\lim\limits_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} 5 - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = 5$ donc par produit :

$$\lim_{x \to -\infty} 5x^3 - 2x^2 - x + 1 = -\infty.$$

2. $\lim\limits_{x \to 1} (x-1) \times \left(1 + \frac{1}{x}\right)$

Correction

$\lim\limits_{x \to 1} x - 1 = 1 - 1 = 0$ et $\lim\limits_{x \to 1} 1 + \frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{1} = 2$ donc par produit :

$$\lim_{x \to 1} (x-1) \times \left(1 + \frac{1}{x}\right) = 0.$$

3. $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{12x^2 - 9x + 4}{3 - x}$

Correction

Pour lever l'indétermination, on factorise par les termes dominants du quotient :

$$\frac{12x^2 - 9x + 4}{3 - x} = \frac{x^2\left(12 - \frac{9}{x} + \frac{4}{x^2}\right)}{x\left(\frac{3}{x} - 1\right)} = x \times \frac{12 - \frac{9}{x} + \frac{4}{x^2}}{\frac{3}{x} - 1}.$$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{12 - \frac{9}{x} + \frac{4}{x^2}}{\frac{3}{x} - 1} = -12$ donc par produit :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{12x^2 - 9x + 4}{3 - x} = -\infty.$$

4. $\lim\limits_{x \to 2} \frac{12x^2 - 9x + 4}{3 - x}$

Correction

$\lim\limits_{x \to 2} 12x^2 - 9x + 4 = 12 \times 2^2 - 9 \times 2 + 4 = 34$ et $\lim\limits_{x \to 2} 3 - x = 3 - 2 = 1$ donc par quotient :

$$\lim_{x \to 2} \frac{12x^2 - 9x + 4}{3 - x} = 34.$$

5. $\lim\limits_{x \to 3^+} \frac{12x^2 - 9x + 4}{3 - x}$

Correction

$\lim\limits_{x \to 3^+} 12x^2 - 9x + 4 = 12 \times 3^2 - 9 \times 3 + 4 = 85$ et $\lim\limits_{x \to 3^+} 3 - x = 0^-$ donc par quotient :

$$\lim_{x \to 3^+} \frac{12x^2 - 9x + 4}{3 - x} = -\infty.$$