DEVOIR SURVEILLÉ 4A

Calculatrice interdite

Mardi 9 décembre 2025

EXERCICE 1 (4 POINTS)

1. Développer et réduire $12+(-2x-3)(-5x+7)$

2. Factoriser les expressions suivantes.

a. $10(x+1)-3x(x+1)$

b. $(7x+1)(2x+1)+(7x+1)(1-6x)$

CORRECTION

1.

$$12+(-2x-3)(-5x+7)$$

On développe :

$$\begin{aligned}(-2x-3)(-5x+7) &= (-2x)\times(-5x)+(-2x)\times 7+(-3)\times(-5x)+(-3)\times 7\\ &= 10x^2-14x+15x-21\\ &= 10x^2+x-21\end{aligned}$$

Donc :

$$12+10x^2+x-21=10x^2+x-9$$

2. a.

$$10(x+1)-3x(x+1)$$

On met le facteur commun $(x+1)$:

$$(x+1)(10-3x)$$

b.

$$(7x+1)(2x+1)+(7x+1)(1-6x)$$

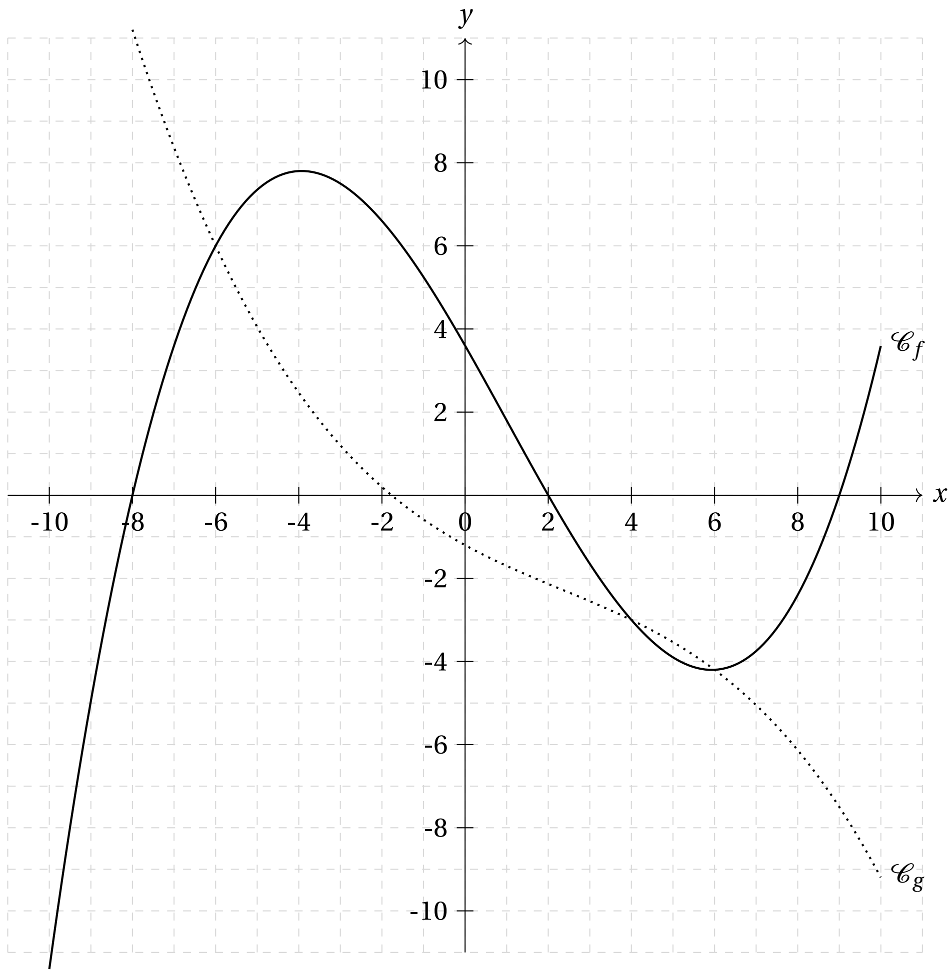
On met le facteur commun $(7x+1)$:

$$(7x+1)\left[(2x+1)+(1-6x)\right]$$

$$(7x+1)(-4x+2)$$

EXERCICE 2 (7 POINTS)

On considère deux fonctions f et g définies sur $[-10;10]$ de courbes représentatives respectives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.



1. Construire le tableau de signe de la fonction f sur $[-10;10]$.

2. Déterminer graphiquement, dans $[-10;10]$, l'ensemble des solutions des équations ou inéquations suivantes.

a. $f(x) = 0$ **c.** $f(x) \geqslant 8$ **e.** $f(x) \leqslant 0$ **g.** $f(x) = g(x)$

b. $g(x) = 4$ **d.** $g(x) < -5$ **f.** $g(x) > -12$ **h.** $f(x) < g(x)$

3. Pour quelle valeur x le maximum de f sur $[-10;10]$ est-il atteint ? Donner une valeur approchée de ce maximum.

4. Pour quelle valeur x le minimum de f sur $[0;10]$ est-il atteint ? Donner une valeur approchée de ce minimum.

Correction

1. On lit sur le graphique que :

$$f(x) = 0 \quad \text{pour } x = -8,\ x = 2,\ x = 9$$

Le tableau de signe de f sur $[-10;10]$ est donc :

x	-10		-8		2		9		10
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

2. Lecture graphique :

a. $f(x) = 0 \iff x \in \{-8, 2, 9\}$

b. $g(x) = 4 \iff x \in \{-5\}$

c. $f(x) \geqslant 8 \iff x \in \emptyset$

d. $g(x) < -5 \iff x \in]7\,;10]$

e. $f(x) \leqslant 0 \iff x \in [-8;2] \cup [9;10]$

f. $g(x) > -12 \iff x \in [-10\,;10]$

g. $f(x) = g(x) \iff x \in \{-6, 4, 6\}$

h. $f(x) < g(x) \iff x \in [-10\,;-6[\cup]4\,;6[$

3. Le maximum de f sur $[-10\,;10]$ est atteint pour $x \approx 6$.
La valeur maximale est :
$$f(6) \approx 9.$$

4. Sur $[0\,;10]$, le minimum de f est atteint pour $x \approx 9$.
La valeur minimale est :
$$f(9) = 0.$$

Exercice 3 (5 points)

Soit une fonction f vérifiant :

- f est définie sur $[-2\,;5]$;
- f est décroissante sur $[-2\,;0]$;
- f est croissante sur $[0\,;2]$;
- f est décroissante sur $[2\,;5]$;
- l'image de 0 est -3 et l'image de 2 est 2 ;
- $f(-2) = 0$, $f(1) = 0$, et $f(5) = 0$.

1. Dresser le tableau de variations de f sur $[-2\,;5]$.

2. Tracer, avec une précision correcte, une courbe pouvant représenter f.

3. Donner l'ensemble des x tels que $f(x) \leqslant 0$.

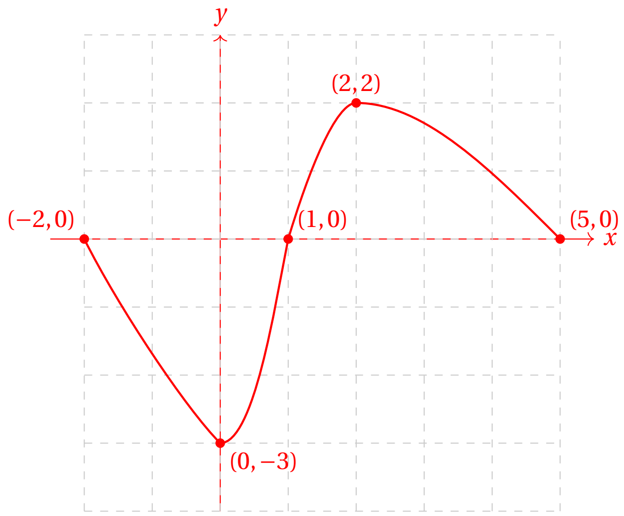
Correction

1. Tableau de variations de f :

x	-2		0		2		5
$f(x)$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	0

2. La courbe est tracée en respectant :

- les variations données ;
- les points $(-2,0)$, $(0,-3)$, $(1,0)$, $(2,2)$ et $(5,0)$.

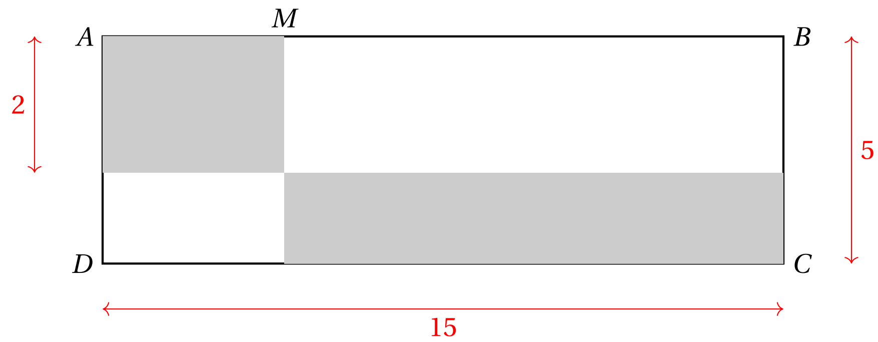


3. On lit :

$$f(x) \leqslant 0 \iff x \in [-2; 1] \cup \{5\}.$$

Exercice 4 (3 points)

ABCD est un rectangle. Le point M est un point mobile du segment $[AB]$.



Où faut-il placer le point M sur le segment $[AB]$ pour que les deux rectangles gris aient le même périmètre?
La qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation.

Correction

Soit $x = AM$.

- Le petit rectangle a pour dimensions x et 2.
  Son périmètre est :
  $$P_1 = 2(x+2) = 2x+4$$
- Le grand rectangle a pour dimensions $(15-x)$ et 3.
  Son périmètre est :
  $$P_2 = 2\big((15-x)+3\big) = 2(18-x) = 36-2x$$

On cherche :

$$P_1 = P_2$$

$$2x+4 = 36-2x$$

$$4x = 32 \Rightarrow x = 8$$

Le point M doit donc être placé à **8 unités de** A sur le segment $[AB]$.