DEVOIR SURVEILLÉ 2

Calculatrice autorisée

Mardi 17 décembre 2024

EXERCICE 1 (5 POINTS)

1. On considère la série statistique : 1; 0; 3; 1; 0; 1; 1; 2; 0.

- **a.** Calculer, **sans utiliser la calculatrice**, la moyenne.
- **b.** Calculer, **sans utiliser la calculatrice**, l'écart type.
- **c.** Calculer, **sans utiliser la calculatrice**, la médiane.

2. Construire le tableau des effectifs cumulés croissants associé à la série puis déterminer sa médiane.

Valeur x_i	-10	5	1	-2	7
Effectif n_i	5	15	13	2	5

CORRECTION

1. **a.**

$$\overline{x} = \frac{1+0+3+1+0+1+1+2+0}{9} = \frac{9}{9} = 1$$

b. On commence par donner la variance :

$V = \frac{(1-1)^2+(0-1)^2+(3-1)^2+(1-1)^2+(0-1)^2+(1-1)^2+(1-1)^2+(2-1)^2+(0-1)^2}{9}$

et donc $V = \dfrac{0+1+4+0+1+0+0+1+1}{9} = \dfrac{8}{9}$.

Enfin, $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{\frac{8}{9}} \simeq 0{,}943$.

c. Pour la médiane, commençons par ordonner la série dans l'ordre croissant : 0; 0; 0; 1; 1; 1; 1; 2; 3. Il y a 9 termes donc la médiane est le 5^e terme, c'est à dire 1. $M_e = 1$.

2.

Valeur x_i	-10	-2	1	5	7
Effectif n_i	5	2	13	15	5
ECC	5	7	20	35	40

Ainsi, comme $\dfrac{40}{2} = 20$ alors M_e est la moyenne des 20^e et 21^e termes.

$$M_e = \frac{1+5}{2} = 3$$

EXERCICE 2 (4 POINTS)

1. Le tableau ci-dessous résume le prix du billet d'entrée payé par les membres d'un club pour une exposition de peinture selon leur ancienneté dans ce club.

Prix (en euros)	5	8	12
Effectif	54	96	123

- **a.** Calculer le prix moyen du billet payé par les membres de ce groupe, arrondi au centime d'euro.
- **b.** Le gérant du club décide d'augmenter de 1€23 le prix du billet pour tous les membres. Quel sera le nouveau prix moyen ?

2. Le patron d'une grosse entreprise d'aéronautique souhaite verser une prime à ses meilleures agences de l'année. Dans chaque filiale, il va considérer le nombre de ventes de chacun des commerciaux.

Dans la filiale A, nous avons les résultats suivants : 5; 5; 6; 7; 9; 10.

a. Donner la moyenne et l'écart type de la série précédente. Pas de justification attendue.

b. Dans la filiale B, nous avons $\overline{x} \approx 7{,}4$ et $\sigma \approx 0{,}54$. Comparer avec la filiale A. Le patron peut-il faire son choix entre les deux filiales ? Justifier.

Correction

1. **a.** On commence par calculer la moyenne de la série statistique correspondante :

$$\overline{x} = \frac{54 \times 5 + 96 \times 8 + 123 \times 12}{54 + 96 + 123} = \frac{2514}{273} \simeq 9{,}209$$

Pour revenir à l'énoncé, le prix moyen, arrondi au centime est 921.

b. Par linéarité de la moyenne, si tous les prix augmentent de $1e23$, alors la nouvelle moyenne vaut $\overline{x} + 1{,}23$ soit 10,54 euros.

2. **a.** On calcule d'abord la moyenne : $\overline{x} = \dfrac{5+5+6+7+9+10}{6} = 7$ et ensuite la variance :

$$V = \frac{(5-7)^2 + (5-7)^2 + (6-7)^2 + (7-7)^2 + (9-7)^2 + (10-7)^2}{6} = \frac{22}{6}$$

Nous obtenons l'écart-type via : $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{\frac{22}{6}} \simeq 1{,}915$.

b. Comparons nos deux indicateurs. La moyenne de A est inférieure à celle de B mais de peu et l'écart type de A est presque le quadruple de celui de B. B est donc beaucoup plus resserré autour de sa moyenne de vente qui est légèrement plus haute que A. Autrement dit, les commerciaux de B sont tous du même niveau et ce, pour un peu plus de ventes que celle de A. Le patron devrait plutôt récompenser la filiale B.

Exercice 3 (5 points)

1. Dresser le tableau de variations d'une fonction f sachant que :

- f est définie sur $[-2\,;5]$;
- f est décroissante sur $[-2\,;0]$;
- f est croissante sur $[0\,;2]$;
- f est décroissante sur $[2\,;5]$;
- l'image de 0 est -3 et l'image de 2 est 2 ;
- $f(-2) = 0$, $f(1) = 0$, et $f(5) = 1$.

2. Comparer $f(-2)$ et $f(-1)$.

3. Tracer une courbe pouvant représenter f.

4. Construire le tableau de signe associé à la courbe précédente.

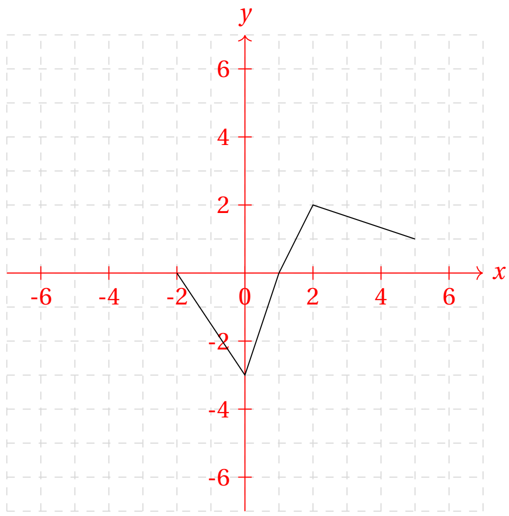
Correction

1.

x	-2		0		2		5
$f(x)$	0	↘	-3	↗	2	↘	1

2. f est décroissante sur $[-2\,;0]$ et $-2 \leqslant -1$ donc $f(-2) \geqslant f(-1)$.

3. Une infinité de courbes conviennent, voici la plus simple.

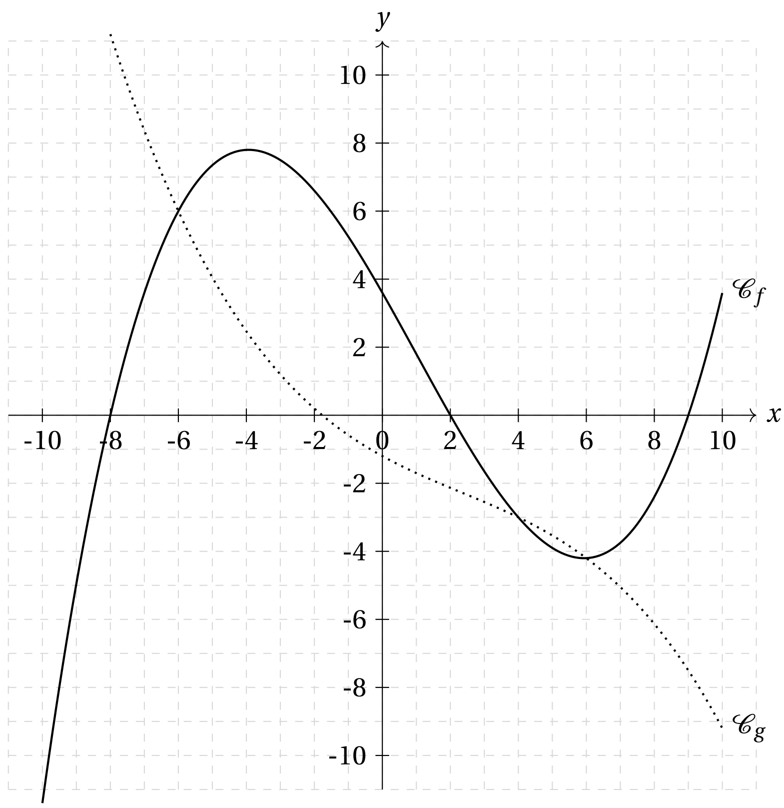


4. Par lecture graphique (dépendante de la courbe proposée), f s'annule pour deux valeurs : -2 et 1.

x	-2		1		5
$f(x)$	0	$-$	0	$+$	

EXERCICE 4 (6 POINTS)

On considère deux fonctions f et g définies sur $[-10\,;10]$ de courbes représentatives respectives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.



1. Déterminer graphiquement, dans $[-10\,;10]$, l'ensemble des solutions des équations ou inéquations suivantes.

a. $f(x) = 0$

b. $g(x) = 4$

c. $f(x) \geqslant 8$

d. $g(x) < -5$

e. $f(x) \leqslant 0$

f. $g(x) > -12$

g. $f(x) = g(x)$

h. $f(x) < g(x)$

2. Quand le maximum de f sur $[-10;10]$ est-il atteint ? Donner une valeur approchée de ce maximum.

3. Quand le minimum de g sur $[-6;0]$ est-il atteint ? Donner une valeur approchée de ce maximum.

CORRECTION

1. **a.** $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-8, 2, 9\}$

b. $g(x) = 4 \Leftrightarrow x \in \{-5\}$

c. $f(x) \geqslant 8 \Leftrightarrow x \in \emptyset$

d. $g(x) < -5 \Leftrightarrow x \in]7;10]$

e. $f(x) \leqslant 0 \Leftrightarrow x \in [-10;-8] \cup [2;9]$

f. $g(x) > -12 \Leftrightarrow x \in [-10;10]$.

g. $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x \in \{-6, 4, 6\}$

h. $f(x) < g(x) \Leftrightarrow x \in [-10;-6[\cup]4;6]$

2. f atteint son maximum global en $x = -4$ et la valeur approchée de ce maximum par lecture graphique est environ 7,8.

3. g atteint son minimum local sur $[-6;0]$ en $x = 0$ et la valeur approchée de ce minimum par lecture graphique est environ $-1{,}2$.