Classe : 2GT09
Calculatrice : ✔
Durée : 1 heure

Devoir surveillé n°3

Exercice 1 | 2 points

1. Donner les trois caractéristiques d'un vecteur.
2. Énoncer la relation de Chasles.

Correction

1. Les trois caractéristiques sont :
   - la direction
   - le sens
   - la norme.
2. Soient A, B et C trois points du plan. On a $\boxed{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}}$.

Exercice 2 | 4 points

Compléter sur votre copie les égalités vectorielles suivantes.

1. $\overrightarrow{A...}+\overrightarrow{C...}=\overrightarrow{AD}$
2. $\overrightarrow{...M}+\overrightarrow{P...}+\overrightarrow{M...}=\overrightarrow{AB}$
3. $\overrightarrow{S...}-\overrightarrow{FG}+...=\vec{0}$
4. $\overrightarrow{RT}+\overrightarrow{SU}+\overrightarrow{T...}=-\overrightarrow{...R}$

Correction

1. $\boxed{\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}}$
2. $\boxed{\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{AB}}$
3. $\boxed{\overrightarrow{SG}-\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{FS}=\vec{0}}$
4. $\boxed{\overrightarrow{RT}+\overrightarrow{SU}+\overrightarrow{TS}=-\overrightarrow{UR}}$

Exercice 3 | 6 points

On donne $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$.

1. Calculer les coordonnées de $\vec{u}+\vec{v}$, $\vec{v}+\vec{w}$ et $\vec{u}-\vec{w}$.
2. Montrer que $\vec{u}+\vec{w}=\vec{0}$.
3. Calculer $2\vec{u}$ et $-3\vec{v}$.

Correction

1. - $\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix}3-2\\-4+5\end{pmatrix}$ donc $\boxed{\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}}$.
   - $\vec{v}+\vec{w}\begin{pmatrix}-2+(-3)\\5+4\end{pmatrix}$ donc $\boxed{\vec{v}+\vec{w}\begin{pmatrix}-5\\9\end{pmatrix}}$.
   - $\vec{u}-\vec{w}\begin{pmatrix}3-(-3)\\-4-4\end{pmatrix}$ donc $\boxed{\vec{u}-\vec{w}\begin{pmatrix}6\\-8\end{pmatrix}}$.
2. $\vec{u}+\vec{w}\begin{pmatrix}3-3\\-4+4\end{pmatrix}$ donc $\vec{u}+\vec{w}\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$, c'est-à-dire $\boxed{\vec{u}+\vec{w}=\vec{0}}$.
3. - $\boxed{2\vec{u}\begin{pmatrix}6\\-8\end{pmatrix}}$
   - $\boxed{-3\vec{v}\begin{pmatrix}6\\-15\end{pmatrix}}$

Exercice 4 | 8 points

Soient $A(3;2)$, $B(9;4)$, $C(1;8)$ et $D(x;y)$, où x et y sont deux réels.

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.

2. Donner les valeurs de x et y telles que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

3. Calculer les longueurs AB, BC et AC.

4. Déduire, de la question précédente, la nature du triangle ABC.

Correction

1.
- $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}9-3\\4-2\end{pmatrix}$ donc $\boxed{\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}}$.
- $\boxed{\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x-1\\y-8\end{pmatrix}}$.

2. On résout les deux équations $x-1=6$ et $y-8=2$ qui admettent pour solutions $\boxed{x=7 \text{ et } y=10}$.

3.
- $AB = \sqrt{(9-3)^2+(4-2)^2} = \sqrt{6^2+2^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$.
- $BC = \sqrt{(1-9)^2+(8-4)^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} = \sqrt{4}\times\sqrt{4}\times\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$.
- $AC = \sqrt{(1-3)^2+(8-2)^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$.

4. On a vu en question précédente que $AB = AC$ donc $\boxed{ABC \text{ est isocèle en } A}$ mais il n'est $\boxed{\text{pas équilatéral}}$ car $BC \neq \sqrt{40}$.

Si ABC est rectangle, il l'est en A aussi car BC est le plus grand coté.
Vérifions la réciproque du théorème de Pythagore :
$BC^2 = \sqrt{80}^2 = 80$ et $AB^2 + BC^2 = \sqrt{40}^2 + \sqrt{40}^2 = 40+40 = 80$.
Ainsi, comme $BC^2 = AB^2 + AC^2$, $\boxed{ABC \text{ est rectangle en } A}$.

Pour conclure, $\boxed{ABC \text{ est un triangle isocèle rectangle en } A}$.