

On donne la règle du **quotient nul** : un quotient de deux nombres réels est nul si, et seulement si, son numérateur est nul et son dénominateur est non-nul.

Autrement dit, on a l'équivalence :

$$\frac{A(x)}{B(x)} = 0 \\ \Leftrightarrow A(x) = 0 \text{ et } B(x) \neq 0$$

Les solutions de  $B(x)$  sont appelées **valeurs interdites** de l'équation quotient  $\frac{A(x)}{B(x)} = 0$ .

Voici une résolution dans  $\mathbb{R}$  de l'équation  $\frac{5x - 5}{x + 1} = 0$ .

On note d'abord que  $-1$  est une valeur interdite car  $x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ .

$$\frac{5x - 5}{x + 1} = 0 \\ \Leftrightarrow 5x - 5 = 0 \text{ et } x + 1 \neq 0 \\ \Leftrightarrow 5x = 5 \text{ et } x \neq -1 \\ \Leftrightarrow x = 1 \text{ et } x \neq -1$$

Ainsi,  $\mathcal{S} = \{1\}$ .

## Exercice 1

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations quotients suivantes.

1.  $\frac{5x - 2}{x + 7} = 0$
2.  $\frac{-7x + 21}{2x + 1} = 0$
3.  $\frac{x - 5}{x} = 0$
4.  $\frac{(2x - 4)(3x - 9)}{4x - 1} = 0$
5.  $\frac{14x + 2}{-7x - 1} = 0$

## Correction

1.

$$\frac{5x - 2}{x + 7} = 0 \\ \Leftrightarrow 5x - 2 = 0 \text{ et } x + 7 \neq 0 \\ \Leftrightarrow x = \frac{2}{5} \text{ et } x \neq -7$$

$$\mathcal{S} = \left\{ \frac{2}{5} \right\}$$

2.

$$\begin{aligned} \frac{-7x+21}{2x+1} &= 0 \\ \Leftrightarrow -7x+21 &= 0 \text{ et } 2x+1 \neq 0 \\ \Leftrightarrow x &= 3 \text{ et } x \neq -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \{3\}$$

3.

$$\begin{aligned} \frac{x-5}{x} &= 0 \\ \Leftrightarrow x-5 &= 0 \text{ et } x \neq 0 \\ \Leftrightarrow x &= 5 \text{ et } x \neq 0 \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \{5\}$$

4.

$$\begin{aligned} \frac{(2x-4)(3x-9)}{4x-1} &= 0 \\ \Leftrightarrow (2x-4)(3x-9) &= 0 \text{ et } 4x-1 \neq 0 \\ \Leftrightarrow 2x-4 &= 0 \text{ ou } 3x-9 = 0 \quad \text{et } x \neq \frac{1}{4} \\ \Leftrightarrow x &= 2 \text{ ou } x = 3 \quad \text{et } x \neq \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \{2; 3\}$$

5.

$$\begin{aligned} \frac{14x+2}{-7x-1} &= 0 \\ \Leftrightarrow 14x+2 &= 0 \text{ et } -7x-1 \neq 0 \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{1}{7} \text{ et } x \neq -\frac{1}{7} \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \emptyset$$