Classe : Première STMG
Calculatrice : ⊖
Durée : 1 heure

Devoir surveillé n°3

Exercice 1 | 8 points

Construire les tableaux de signes des expressions suivantes

1. $(2x-1)(-x+5)$

2. $(-3x+6)(2x-8)$

3. $(x+4)(-x+2)$

4. $(x-8)(x+7)(2x-2)$

Correction

1.

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		5		$+\infty$
$2x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$-x+5$		$+$		$+$	0	$-$	
$(2x-1)(-x+5)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

2.

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$-3x+6$		$+$	0	$-$		$-$	
$2x-8$		$-$		$-$	0	$+$	
$(-3x+6)(2x-8)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

3.

x	$-\infty$		-4		2		$+\infty$
$x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$-x+2$		$+$		$+$	0	$-$	
$(x+4)(-x+2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

4.

x	$-\infty$		-7		1		8		$+\infty$
$x-8$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+7$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$2x-2$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-8)(x+7)(2x-2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Exercice 2 | 5 points

1. Développer et réduire les expressions suivantes :
   a) $2(x-3)(x+3)$
   b) $6(x+2)(x-7)$
   c) $-3(x+1)(x+2)$
2. Donner les racines de $2x^2-18$.
3. Donner les racines de $-3x^2-9x-6$.

Correction

1. a) $2(x-3)(x+3) = 2(x^2-9) = 2x^2-18$ en utilisant la 3^e identité remarquable.
   b) $6(x+2)(x-7) = 6(x^2-7x+2x-14) = 6(x^2-5x-14) = 6x^2-30x-84$ par double distributivité.
   c) $-3(x+1)(x+2) = -3(x^2+2x+x+2) = -3(x^2+3x+2) = -3x^2-9x-6$ par double distributivité.
2. On a vu que $2x^2-18 = 2(x-3)(x+3)$ donc $\boxed{\text{ses racines sont } -3 \text{ et } 3}$.
3. On a aussi vu que $-3x^2-9x-6 = -3(x+1)(x+2)$ donc $\boxed{\text{ses racines sont } -2 \text{ et } -1}$.

Exercice 3 | 3 points

Factoriser, à l'aide des racines, les fonctions polynômes du second degré suivantes :

1. $f(x) = x^2+x-42$ de racines -7 et 6.
2. $g(x) = 4x^2+3x-1$ de racines -1 et $\dfrac{1}{4}$.
3. $h(x) = 2x^2-x-1$ de racines $-\dfrac{1}{2}$ et 1.

Correction

Si $f(x) = ax^2+bx+c$ a pour racines x_1 et x_2 alors $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$.

1. Si $f(x) = x^2+x-42$, alors $a=1$, $x_1=-7$ et $x_2=6$, donc $\boxed{f(x) = (x-(-7))(x-6) = (x+7)(x-6)}$.
2. Si $g(x) = 4x^2+3x-1$, alors $a=4$, $x_1=-1$ et $x_2=\dfrac{1}{4}$, donc $\boxed{g(x) = 4(x+1)\left(x-\dfrac{1}{4}\right)}$.

3. Si $h(x) = 2x^2 - x - 1$, alors $a = 2$, $x_1 = -\dfrac{1}{2}$ et $x_2 = 1$, donc $\boxed{f(x) = 2\left(x + \dfrac{1}{2}\right)(x-1)}$.

Exercice 4 | 4 points

On admet la propriété suivante.

Si x_1 et x_2 sont les deux racines de f où $f(x) = ax^2 + bx + c$ alors $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 + 2x - 15$$

Vérifier que 3 est une racine de f et en déduire l'autre racine de f.

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -2x^2 + 5x - 3$$

Vérifier que 1 est une racine de f et en déduire l'autre racine de f.

Correction

1. 3 est une racine de f si $f(3) = 0$.

Or $f(3) = 3^2 + 2 \times 3 - 15 = 9 + 6 - 15 = 0$ donc $\boxed{\text{3 est bien racine de } f}$.

En utilisant la propriété admise, l'autre racine de f, qu'on note x pour le moment, vérifie $3 + x = -\dfrac{2}{1}$.

Ainsi, on a $3 + x = -2 \Leftrightarrow \boxed{x = -5}$.

2. $f(1) = -2 \times 1^2 + 5 \times 1 - 3 = -2 + 5 - 3 = 0$ donc $\boxed{\text{1 est une racine de } f}$.

Enfin, si x est l'autre racine, alors $1 + x = -\dfrac{5}{-2} \Leftrightarrow -2 - 2x = -5 \Leftrightarrow 3 = 2x \Leftrightarrow \boxed{\dfrac{3}{2} = x}$.