Classe : Première STMG
Calculatrice : ✔
Durée : 1 heure

Devoir surveillé n°1

Exercice 1 | 10 points

1. Compléter les séries logiques par le nombre qui pourrait convenir.

a) $-1\,;3\,;-9\,;27\,;-81\,;?$ **b)** $0\,;1\,;1\,;2\,;3\,;5\,;8\,;13\,;?$

2. Donner les 5 premiers termes des suites (u_n) définies sur $\mathbb{N}$.

a) $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = u_n - 4$ **b)** $u_0 = -1$ et $u_{n+1} = -3 \times u_n$ **c)** $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 1}$

3. Pour chacune de ces suites définies sur $\mathbb{N}^*$, calculer et simplifier au maximum $u_{n+1} - u_n$. Donner ensuite le signe de l'expression obtenue.

a) $u_n = n^2$ **b)** $u_n = \dfrac{1}{n} + 1$ **c)** $u_n = \dfrac{1}{6n-1}$

Correction

1. **a)** $-1\,;3\,;-9\,;27\,;-81\,;\boxed{243}$ car $(-3)\times(-81) = 243$

b) $0\,;1\,;1\,;2\,;3\,;5\,;8\,;13\,;\boxed{21}$ car $8+13 = 21$

2. **a)** $u_0 = 2; u_1 = -2; u_2 = -6; u_3 = -10; u_4 = -14$

b) $u_0 = -1; u_1 = 3; u_2 = -9; u_3 = 27; u_4 = -81$

c) $u_0 = 3; u_1 = 2; u_2 = \sqrt{3}; u_3 = \sqrt{\sqrt{3}+1}; u_4 = \sqrt{\sqrt{\sqrt{3}+1}+1}$

3. **a)** $u_n = n^2$ donc $u_{n+1} = (n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$ et ainsi :

$$u_{n+1} - u_n = (n^2 + 2n + 1) - n^2 = \boxed{2n+1}$$

$2n+1$ est strictement positif pour tout $n \in \mathbb{N}$.

b) $u_n = \dfrac{1}{n} + 1$ donc $u_{n+1} = \dfrac{1}{n+1} + 1$ et ainsi :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} + 1 - (\frac{1}{n} + 1) = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{n-(n+1)}{n(n+1)} = \boxed{-\frac{1}{n(n+1)}}$$

$-\dfrac{1}{n(n+1)}$ est strictement négatif pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

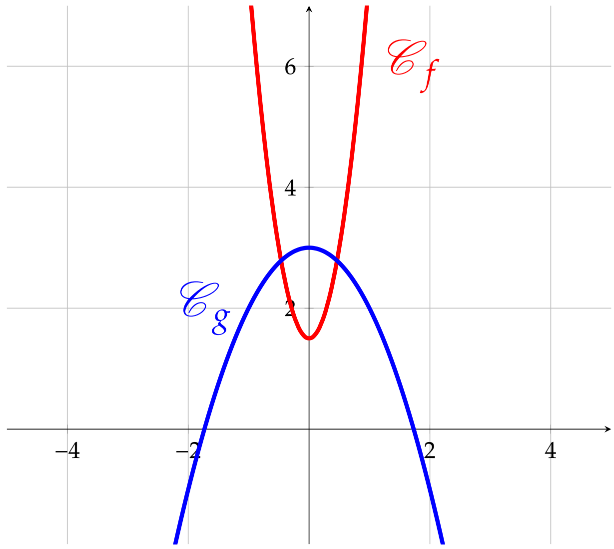
c) $u_n = \dfrac{1}{6n-1}$ donc $u_{n+1} = \dfrac{1}{6(n+1)-1} = \dfrac{1}{6n+5}$ et ainsi :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{6n+5} - \frac{1}{6n-1} = \frac{(6n-1)-(6n+5)}{(6n-1)(6n+5)} = \boxed{-\frac{6}{(6n-1)(6n+5)}}$$

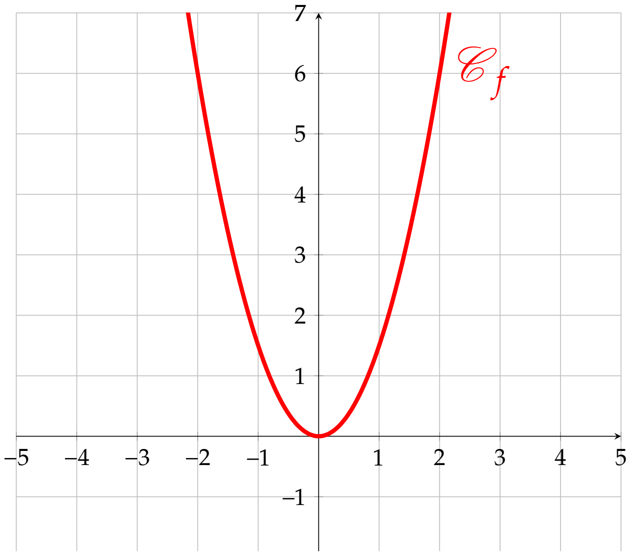
$-\dfrac{6}{(6n-1)(6n+5)}$ est strictement positif pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

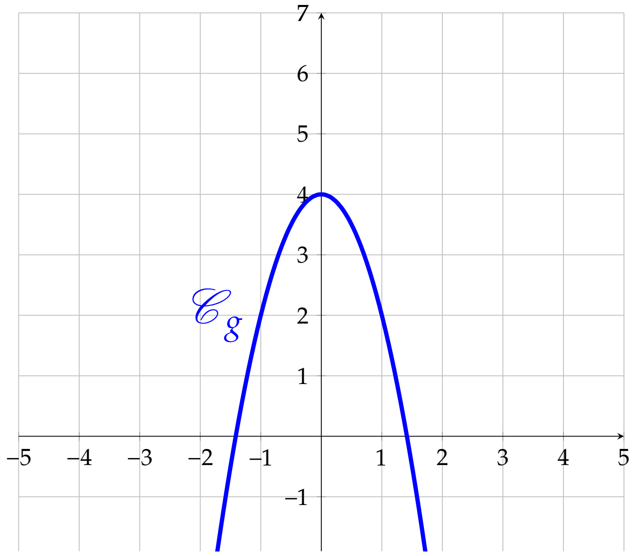
Exercice 2 | 10 points

1. Parmi les deux courbes suivantes, laquelle est une parabole ouverte ?



2. Donner l'expression générale d'une fonction du second degré.
3. Déterminer l'expression des fonctions du second degré f et g représentées sur les graphiques suivants.





4. Déterminer l'expression de la fonction du second degré f telle que : $f(-2) = 11$ et $f(0) = 7$.
5. Résoudre les équations suivantes.

   a) $x^2 = 4$ **b)** $x^2 = -9$

Correction

1. La courbe rouge $\mathscr{C}_f$ est une parabole ouverte tandis que la courbe bleue $\mathscr{C}_g$ est une parabole fermée.
2. Nous avons vu en classe les fonctions du second degré sous la forme suivante : pour tout x réel, $f(x) = ax^2 + b$ (avec $a \neq 0$).
3. f est de la forme $f(x) = ax^2 + b$. Graphiquement, on obtient que $\boxed{b = f(0) = 0}$ donc $f(x) = ax^2$.

Enfin, graphiquement, on voit que $f(2)=6$. C'est-à-dire, $a\times 2^2=6$, donc $\boxed{a=\dfrac{6}{4}=1{,}5}$.

$$\boxed{f(x)=1{,}5x^2}$$

g est de la forme $g(x)=ax^2+b$. Graphiquement, on obtient que $\boxed{b=g(0)=4}$ donc $f(x)=ax^2+4$.

Enfin, graphiquement, on voit que $f(1)=2$. C'est-à-dire, $a\times 1^2+4=2$, donc $\boxed{a=2-4=-2}$.

$$\boxed{g(x)=-2x^2+4}$$

4. Toujours de même, $f(x)=ax^2+b$ avec $\boxed{b=f(0)=7}$. Ainsi, $f(x)=ax^2+7$.

$f(-2)=11$ donc on a : $11=a\times(-2)^2+7$. Ainsi, $11=4a+7 \Leftrightarrow 4=4a \Leftrightarrow \boxed{a=1}$.

$$\boxed{f(x)=x^2+7}$$