

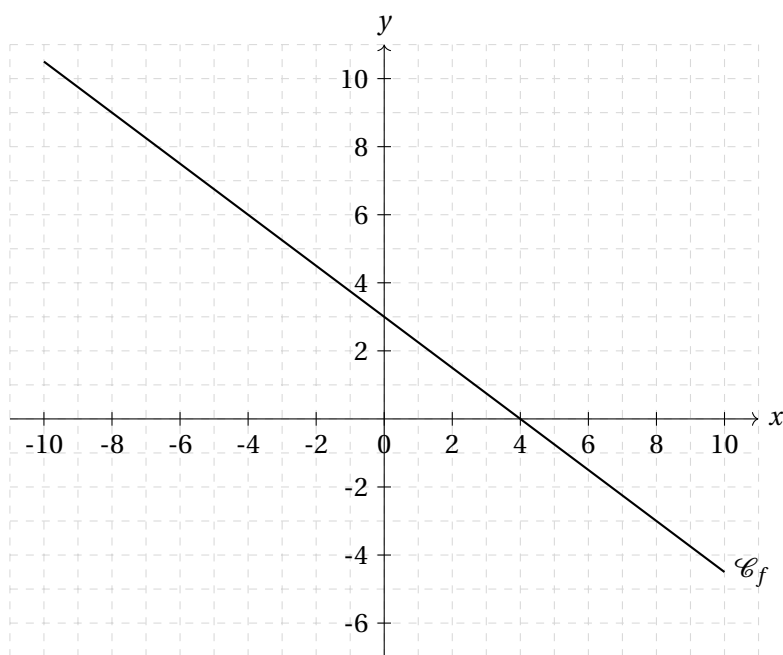
DEVOIR SURVEILLÉ 3 BIS

Calculatrice autorisée

Mardi 28 janvier

EXERCICE 1 (6 POINTS)

1. Donner la définition d'une fonction affine.
2. Déterminer l'expression de la fonction affine g représentée par la droite passant par les points $A\left(1; \frac{1}{3}\right)$ et $B\left(-1; -\frac{4}{3}\right)$.
3. On considère une fonction affine f définie sur $[-10; 10]$ et dont la courbe est notée \mathcal{C}_f .



Déterminer l'expression de f .

CORRECTION

1. Voir cours.

2. g est affine donc son expression est sous la forme $g(x) = ax + b$. Déterminons a et b .

Comme $A\left(1; \frac{1}{3}\right)$ et $B\left(-1; -\frac{4}{3}\right)$, alors :

$$a = \frac{-\frac{4}{3} - \frac{1}{3}}{-1 - 1} = \frac{-\frac{5}{3}}{-2} = \frac{5}{6}.$$

Pour b , comme $g(1) = \frac{1}{3}$, alors $a \times 1 + b = \frac{1}{3}$ et ainsi, $b = \frac{1}{3} - \frac{5}{6} = \frac{2}{6} - \frac{5}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$.

Finalement, $g(x) = \frac{5}{6}x - \frac{1}{2}$.

3. f est affine donc son expression est sous la forme $f(x) = ax + b$. Déterminons a et b .

Par lecture graphique, $b = f(0) = 3$.

Enfin, pour a , on choisit deux points A et B distincts de la courbe pour former deux couples (antécédent; image).

Ici, pour $A(4; 0)$ et $B(0; 3)$, on a :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 - 0}{0 - 4} = -\frac{3}{4}.$$

Finalement, $f(x) = -\frac{3}{4}x + 3$.

EXERCICE 2 (6 POINTS)

En hiver, la température à la surface d'un lac est de 1°C . Au plus profond du lac, à 15 m, la température est de 4°C . On admet que la température de l'eau en fonction de la profondeur x , en mètre, est modélisée par une fonction affine t .

1. Montrer que $t(x) = 0,2x + 1$.
2. Quelle est la température de l'eau à une profondeur de 2m ? de 3,5 m ? de 10,75m ?
3. À partir de quelle profondeur la température est supérieure à 2°C ?

CORRECTION

1. Par lecture de l'énoncé, t étant affine s'écrit $t(x) = ax + b$ et on sait que $t(0) = 1$ et $t(15) = 4$.

$$\text{Ainsi, } b = t(0) = 1 \text{ et } a = \frac{f(15) - f(0)}{15 - 0} = \frac{4 - 1}{15 - 0} = 0,2.$$

2. Nous devons calculer des images :

- $t(2) = 0,2 \times 2 + 1 = 1,4$ donc il fait $1,4^{\circ}\text{C}$ à 2m.
- $t(3,5) = 0,2 \times 3,5 + 1 = 1,7$ donc il fait $1,7^{\circ}\text{C}$ à 3,5m.
- $t(10,75) = 0,2 \times 10,75 + 1 = 3,15$ donc il fait $3,15^{\circ}\text{C}$ à 10,75m.

3. On cherche x tel que $t(x) \geq 2$:

$$\begin{aligned} t(x) &\geq 2 \\ 0,2x + 1 &\geq 2 \\ 0,2x &\geq 1 \\ x &\geq \frac{1}{0,2} \\ x &\geq 5 \end{aligned}$$

À partir de 5m, la température est supérieure à 2°C .

EXERCICE 3 (8 POINTS)

Pour collecter des fonds, une association caritative revend à un prix fixe des pantalons fabriqués par des bénévoles. Les frais de l'opération sont fixes et s'élèvent à 1 200 €. La vente de 250 pantalons a rapporté 800 € à l'association, une fois les frais déduits.

On appelle x le nombre de pantalons vendus, et $B(x)$ le bénéfice net (en €) de la vente des pantalons pour l'association.

1. Exprimer $B(x)$ en fonction de x . **Justifier.**
2. Quel sera le bénéfice de l'association si elle vend 400 pantalons ? 1 000 pantalons ?
3. Combien de pantalons doit vendre l'association pour que son bénéfice soit supérieur ou égal à 0 ?
4. Combien de pantalons doit vendre l'association pour que son bénéfice soit supérieur ou égal à 3 000 € ?

CORRECTION

1. B est affine donc sous la forme $B(x) = ax + b$.

On a d'après l'énoncé, $B(0) = -1200$ et $B(250) = 800$.

$$\text{Ainsi, } a = \frac{B(250) - B(0)}{250 - 0} = \frac{800 - (-1200)}{250} = 8. \text{ De plus, } b = B(0) = -1200.$$

Finalement, $B(x) = 8x - 1200$.

2. Si elle vend 400 pantalons, l'association fera $B(400)$ euros de bénéfice.

$$B(400) = 8 \times 400 - 1200 = 2000$$

Si elle vend 1000 pantalons, l'association fera $B(1000)$ euros de bénéfice.

$$B(1000) = 8 \times 1000 - 1200 = 6800$$

3. Résolvons $B(x) \geq 0$.

$$\begin{aligned} B(x) &\geq 0 \\ \Leftrightarrow 8x - 1200 &\geq 0 \\ \Leftrightarrow 8x &\geq 1200 \\ \Leftrightarrow x &\geq \frac{1200}{8} = 150 \end{aligned}$$

L'association doit vendre au moins 150 pantalons pour que son bénéfice soit supérieur ou égal à 0.

4. Résolvons $B(x) \geq 3000$.

$$\begin{aligned} B(x) &\geq 3000 \\ \Leftrightarrow 8x - 1200 &\geq 3000 \\ \Leftrightarrow 8x &\geq 4200 \\ \Leftrightarrow x &\geq \frac{4200}{8} = 525 \end{aligned}$$

L'association doit vendre au moins 525 pantalons pour que son bénéfice soit supérieur ou égal à 3000 euros.