DEVOIR SURVEILLÉ 3

Calculatrice autorisée

Mardi 7 janvier

EXERCICE 1 (6 POINTS)

1. **a.** Donner le taux d'évolution associé à un coefficient multiplicateur de 0,762.

   b. Donner le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 337,8%.

2. **a.** Décrire l'évolution globale associée à une hausse de 10% puis une baisse de 5% et enfin une hausse de 70%.

   b. Est-ce pareil d'effectuer six augmentations successives de 130% ou d'effectuer une augmentation de 50% puis une diminution de 10% et 8 augmentations successives de 80% ?

3. Lors d'une élection, un candidat affirme qu'il a obtenu 35% de voix en plus que son concurrent.

   Ce dernier, de son côté, affirme pourtant qu'il en a obtenu 26% de moins.

   Qui a raison ?

CORRECTION

1. **a.** $t = CM - 1 = -0{,}228$

   b. $CM = 4{,}378$

2. **a.** $CM = 1{,}10 \times 0{,}95 \times 1{,}7 \approx 1{,}78$ donc l'évolution globale est une augmentation d'environ 78%.

   b. Pour la première évolution :
   $$CM_1 = 2{,}30^6 \approx 148{,}04$$
   et pour la seconde :
   $$CM_2 = 1{,}50 \times 0{,}9 \times 1{,}80^8 \approx 148{,}77.$$
   On peut estimer que les évolutions sont sensiblement les mêmes mais pas exactement.

3. En notant V_i le nombre de votes du candidat C_1 ou C_2, on a :
   $$V_1 = 1{,}35V_2 \Leftrightarrow \frac{1}{1{,}35}V_1 = V_2$$
   Ainsi, comme $\frac{1}{1.35} \approx 0{,}74$ alors on peut dire que les deux candidats ont raison.

EXERCICE 2 (4 POINTS)

1. On augmente la largeur L d'un rectangle de 20% et on diminue sa longueur l de 20%.

   Donner le taux d'évolution t de son aire.

2. À l'aide d'un grillage, Christian construit un enclos rectangulaire pour son hamster. Il décide d'augmenter la longueur de l'enclos de 10%.

   Quelle doit être l'évolution de la largeur sachant qu'il souhaite conserver la même aire ?

CORRECTION

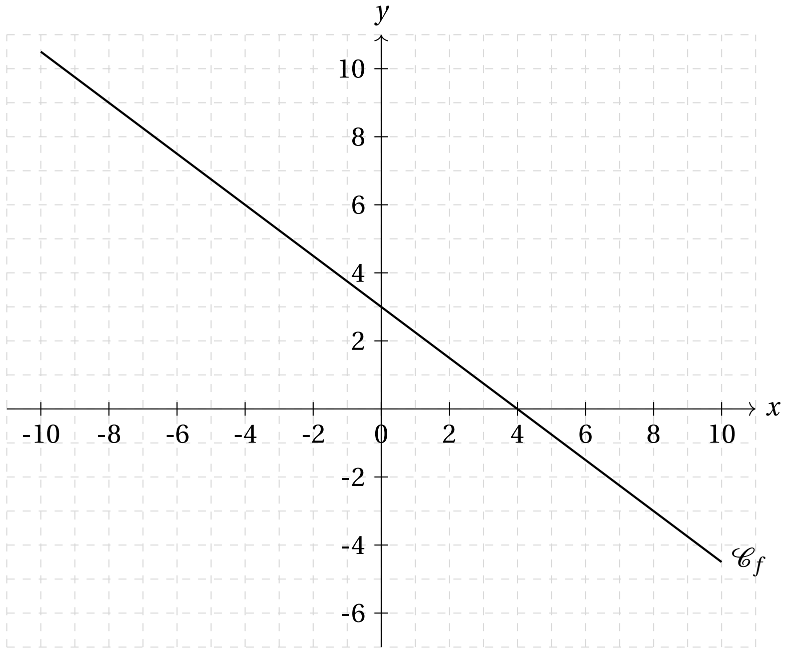
1. Notons $\mathscr{A}$ l'aire de base et $\mathscr{A}'$ la nouvelle.
   $\mathscr{A} = L \times l$ et $\mathscr{A}' = (L \times 1{,}2) \times (l \times 0{,}8)$
   Ainsi, $CM = 1{,}2 \times 0{,}8 = 0{,}96$ donc $t = CM - 1 = -0{,}04$.

2. Notons CM le coefficient multiplicateur associé à l'évolution de la largeur.
   On doit avoir : $L \times l = \mathscr{A} = \mathscr{A}' = (CM \times L) \times (l \times 1{,}10)$.
   Ainsi, $CM \times 1{,}10 = 1$ et $CM = \frac{1}{1{,}10} \approx 0{,}91$. La largeur doit diminuer de 9% environ pour que l'aire reste la même.

EXERCICE 3 (4 POINTS)

1. Donner la définition d'une fonction affine.

2. On considère une fonction affine f définie sur $[-10;10]$ et dont la courbe est notée $\mathscr{C}_f$.



Déterminer l'expression de f.

CORRECTION

1. Voir cours.

2. f est affine donc son expression est sous la forme $f(x) = ax + b$. Déterminons a et b.

Par lecture graphique, $b = f(0) = 3$.

Enfin, pour a, on choisit deux points A et B distincts de la courbe pour former deux couples (antécédent ;image).

Ici, pour $A(4;0)$ et $B(0;3)$, on a :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3-0}{0-4} = -\frac{3}{4}.$$

Finalement, $f(x) = -\frac{3}{4}x + 3$.

EXERCICE 4 (6 POINTS)

En hiver, la température à la surface d'un lac est de 1°C. Au plus profond du lac, à 15 m, la température est de 4°C. On admet que la température de l'eau en fonction de la profondeur x, en mètre, est modélisée par une fonction affine t.

1. Montrer que $t(x) = 0{,}2x + 1$.

2. Quelle est la température de l'eau à une profondeur de 2m ? de 3,5 m ? de 10,75m ?

3. À partir de quelle profondeur la température est supérieure à 2°C ?

CORRECTION

1. Par lecture de l'énoncé, t étant affine s'écrit $t(x) = ax + b$ et on sait que $t(0) = 1$ et $t(15) = 4$.

Ainsi, $b = t(0) = 1$ et $a = \frac{f(15) - f(0)}{15 - 0} = \frac{4-1}{15-0} = 0{,}2$.

2. Nous devons calculer des images :

- $t(2) = 0.2 \times 2 + 1 = 1{,}4$ donc il fait 1,4°C à 2m.
- $t(3{,}5) = 0.2 \times 3{,}5 + 1 = 1{,}7$ donc il fait 1,7°C à 3,5m.
- $t(10{,}75) = 0.2 \times 10{,}75 + 1 = 3{,}15$ donc il fait 3,15°C à 10,75m.

3. On cherche x tel que $t(x) \geqslant 2$:

$$\begin{aligned}
t(x) &\geqslant 2 \\
0{,}2x + 1 &\geqslant 2 \\
0{,}2x &\geqslant 1 \\
x &\geqslant \frac{1}{0{,}2} \\
x &\geqslant 5
\end{aligned}$$

À partir de 5m, la température est supérieure à 2°C.