Devoir surveillé 3

Calculatrice autorisée

Mercredi 8 janvier

Exercice 1 (6 points)

1. **a.** Donner le taux d'évolution associé à un coefficient multiplicateur de 0,713.

   b. Donner le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 407,4%.

2. **a.** Décrire l'évolution globale associée à une hausse de 15% puis une baisse de 25% et enfin une hausse de 50%.

   b. Est-ce pareil d'effectuer 10 augmentations successives de 10% ou d'effectuer une augmentation de 60% puis une diminution de 20% et 9 augmentations successives de 8% ?

3. Lors d'une élection, un candidat affirme qu'il a obtenu 30% de voix en plus que son concurrent.

   Ce dernier, de son côté, affirme pourtant qu'il en a obtenu 23% de moins.

   Qui a raison ?

Correction

1. **a.** $t = CM - 1 = -0,287$

   b. $CM = 5,074$

2. **a.** $CM = 1,15 \times 0,75 \times 1,5 \approx 1,29$ donc l'évolution globale est une augmentation d'environ 29%.

   b. Pour la première évolution :
   $$CM_1 = 1,10^{10} \approx 2,59$$
   et pour la seconde :
   $$CM_2 = 1,6 \times 0,8 \times 1,08^9 \approx 2,56.$$
   On peut estimer que les évolutions sont sensiblement les mêmes mais pas exactement.

3. En notant V_i le nombre de votes du candidat C_1 ou C_2, on a :
   $$V_1 = 1,3V_2 \Leftrightarrow \frac{1}{1,3}V_1 = V_2$$
   Ainsi, comme $\frac{1}{1.3} \approx 0,77$ alors on peut dire que les deux candidats ont raison.

Exercice 2 (4 points)

1. On augmente la largeur L d'un rectangle de 30% et on diminue sa longueur l de 30%.

   Donner le taux d'évolution t de son aire.

2. À l'aide d'un grillage, Louis construit un enclos rectangulaire pour son hamster. Il décide d'augmenter la longueur de l'enclos de 25%.

   Quelle doit être l'évolution de la largeur sachant qu'il souhaite conserver la même aire ?

Correction

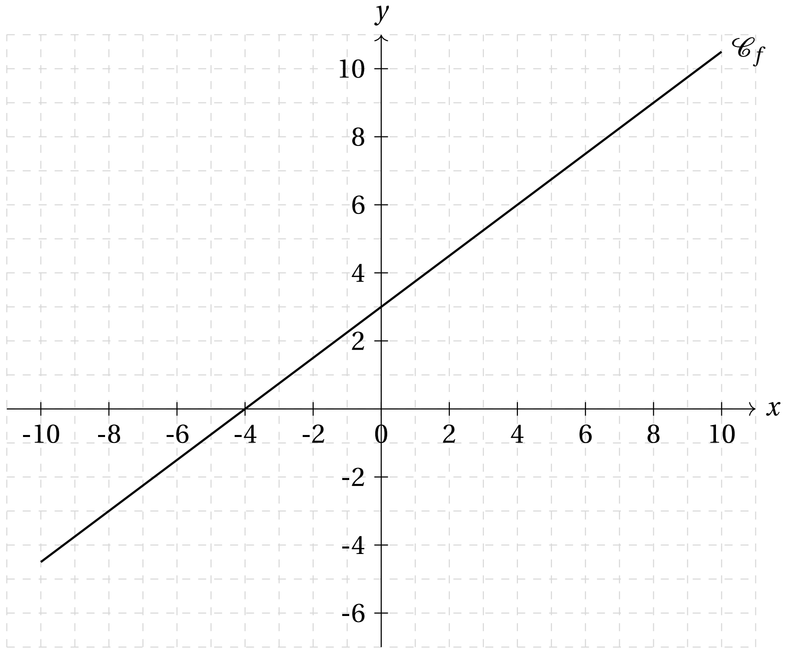
1. Notons $\mathscr{A}$ l'aire de base et $\mathscr{A}'$ la nouvelle.
   $\mathscr{A} = L \times l$ et $\mathscr{A}' = (L \times 1,3) \times (l \times 0,7)$
   Ainsi, $CM = 1,3 \times 0,7 = 0,91$ donc $t = CM - 1 = -0,09$.

2. Notons CM le coefficient multiplicateur associé à l'évolution de la largeur.
   On doit avoir : $L \times l = \mathscr{A} = \mathscr{A}' = (CM \times L) \times (l \times 1,25)$.
   Ainsi, $CM \times 1,25 = 1$ et $CM = \frac{1}{1,25} = 0,8$. La largeur doit diminuer de 20% pour que l'aire reste la même.

Exercice 3 (4 points)

1. Donner la définition d'une fonction affine.

2. On considère une fonction affine f définie sur $[-10;10]$ et dont la courbe est notée $\mathscr{C}_f$.



Déterminer l'expression de f.

Correction

1. Voir cours.

2. f est affine donc son expression est sous la forme $f(x) = ax + b$. Déterminons a et b.

Par lecture graphique, $b = f(0) = 3$.

Enfin, pour a, on choisit deux points A et B distincts de la courbe pour former deux couples (antécédent;image).

Ici, pour $A(-4;0)$ et $B(0;3)$, on a :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3-0}{0-(-4)} = \frac{3}{4}.$$

Finalement, $f(x) = \frac{3}{4}x + 3$.

Exercice 4 (6 points)

En hiver, la température à la surface d'un lac est de 1°C. Au plus profond du lac, à 15 m, la température est de 4°C. On admet que la température de l'eau en fonction de la profondeur x, en mètre, est modélisée par une fonction affine t.

1. Montrer que $t(x) = 0{,}2x + 1$.

2. Quelle est la température de l'eau à une profondeur de 2m ? de 3,5 m ? de 10,75m ?

3. À partir de quelle prodondeur la température est supérieure à 2°C ?

Correction

1. Par lecture de l'énoncé, t étant affine s'écrit $t(x) = ax + b$ et on sait que $t(0) = 1$ et $t(15) = 4$.

Ainsi, $b = t(0) = 1$ et $a = \frac{f(15) - f(0)}{15 - 0} = \frac{4-1}{15-0} = 0{,}2$.

2. Nous devons calculer des images :

- $t(2) = 0.2 \times 2 + 1 = 1{,}4$ donc il fait 1,4°C à 2m.
- $t(3{,}5) = 0.2 \times 3{,}5 + 1 = 1{,}7$ donc il fait 1,7°C à 3,5m.
- $t(10{,}75) = 0.2 \times 10{,}75 + 1 = 3{,}15$ donc il fait 3,15°C à 10,75m.

3. On cherche x tel que $t(x) \geqslant 2$:

$$\begin{aligned} t(x) &\geqslant 2 \\ 0{,}2x + 1 &\geqslant 2 \\ 0{,}2x &\geqslant 1 \\ x &\geqslant \frac{1}{0{,}2} \\ x &\geqslant 5 \end{aligned}$$

À partir de 5m, la température est supérieure à 2°C.