Devoir surveillé 1

Calculatrice autorisée

Lundi 7 octobre

Exercice 1 (4 points)

Résoudre les équations suivantes.

1. $5x+12=7x-4$

2. $(3x-21)(4-18x)=0$

Correction

1.

$$\begin{aligned} 5x+12&=7x-4\\ 5x-7x&=-4-12\\ -2x&=-16\\ x&=\frac{-16}{-2}\\ x&=8 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} (3x-21)(4-18x)&=0\\ 3x-21=0 \text{ ou } 4-18x&=0\\ 3x=21 \text{ ou } -18x&=-4\\ x=\frac{21}{3} \text{ ou } x&=\frac{-4}{-18}\\ x=7 \text{ ou } x&=\frac{2}{9} \end{aligned}$$

Exercice 2 (6 points)

1. Donner la définition d'une suite arithmétique.

2. Donner un exemple d'une suite qui n'est pas arithmétique.

3. On considère (u_n) une suite arithmétique de raison 1,75 et de premier terme $u_0=-3{,}75$. Calculer u_{10} et u_{100}.

Correction

1. Une suite (u_n) est dite arithmétique si elle vérifie la relation de récurrence $u_{n+1}=u_n+r$ avec r un nombre réel.

2. $1;2;4;8;16;\cdots$ sont les premiers termes d'une suite qui n'est pas arithmétique puisque $u_1-u_0=1$ et $u_2-u_1=2$.

3. La forme explicite de (u_n) est, pour tout $n\in\mathbf{N}$:

$$u_n=u_0+r\times n=-3{,}75+1{,}75n.$$

Ainsi,

- $u_{10}=-3{,}75+1{,}75\times 10=13{,}75$
- $u_{100}=-3{,}75+1{,}75\times 100=171{,}25$.

EXERCICE 3 (5 POINTS)
Lorsque l'on pratique la plongée sous-marine en loisir, il faut faire attention à ne pas remonter trop vite à la surface. La vitesse de remontée préconisée est depuis plusieurs dizaines d'années établie à 10 m/min.
Carine, plongeuse consciencieuse, respecte rigoureusement la vitesse préconisée à chaque instant pendant sa remontée. On note u_n la distance parcourue pendant la remontée, où n est représente le nombre de minutes écoulées.

1. Donner la nature de la suite (u_n) en précisant ses paramètres.

2. Exprimer u_n en fonction de n.

3. Calculer et interpréter u_3 puis u_{30}.

4. Carine a plongé à 60 mètres de profondeur. Combien de minutes durera sa remontée à la surface?

CORRECTION

1. (u_n), en m, est arithmétique de raison $r = 10$ et de premier terme $u_0 = 0$.

2. Pour tout $n \in \mathbf{N}$, $u_n = u_0 + r \times n = 10n$.

3.
- $u_3 = 10 \times 3 = 30$ donc Carine est remontée de 30 m en 3 minutes.
- $u_{30} = 10 \times 30 = 300$ donc Carine est remontée de 300 m en 30 minutes.

4. On cherche n tel que $u_n = 60$.

$$\begin{aligned} u_n &= 60 \\ 10n &= 60 \\ n &= \frac{60}{10} \\ n &= 6 \end{aligned}$$

Sa remontée complète durera 6 minutes.

EXERCICE 4 (5 POINTS)
Diane court chaque semaine à compter du 1er jour de l'année. Elle s'impose un programme qui fixe la distance v_n parcourue, en km, en fonction du nombre n de semaines après le début de l'année.
On sait que $v_1 = 6$ et, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $v_{n+1} = v_n + 0{,}5$.

1. Quelle distance parcourt-elle la première semaine?

2. Quelle distance parcourt-elle en plus d'une semaine à l'autre?

3. Calculer la distance parcourue la 10ème semaine.

4. À partir de quelle semaine Diane aura-t-elle parcouru pour la première fois une distance supérieure ou égale à 15 km?

CORRECTION

1. Diane parcourt 6 km la première semaine car $v_1 = 6$.

2. (v_n) est une suite arithmétique de raison 0,5 donc Diane parcourt 500 m de plus d'une semaine à l'autre.

3. La forme explicite de (v_n) est, pour tout $n \in \mathbf{N}$:

$$v_n = v_0 + r \times n = v_1 + r(n-1) = 6 + 0{,}5 \times (n-1).$$

Ainsi, $v_{10} = v_1 + r \times 9 = 6 + 0{,}25 \times 9 = 10{,}5$.

4. Résolvons $v_n = 15$.

$$\begin{aligned}
v_n &= 15\\
6 + 0{,}5 \times (n-1) &= 15\\
0{,}5 \times (n-1) &= 9\\
(n-1) &= 9 \times 2\\
n-1 &= 18\\
n &= 19
\end{aligned}$$

À la fin de la 19e semaine, Diane aura parcouru pour lhja première fois 15 km.