DEVOIR SURVEILLÉ 4

Calculatrice autorisée

Lundi 15 décembre 2025

EXERCICE 1 (3 POINTS)

Pour chaque question, entourer la réponse correcte.

1. Un prix augmente de 112%. Quel est son coefficient multiplicateur ?

a. 1,12 **b.** 2,12 **c.** 2,012 **d.** 12

2. Une quantité passe de 80 à 64. Quel est le taux d'évolution ?

a. -0.2 **b.** -0.25 **c.** 0.2 **d.** 0.25

3. Une population augmente de 5%, puis de 10%. Quel est le coefficient multiplicateur global ?

a. 1,15 **b.** 1,5 **c.** $1{,}05 \times 1{,}10$ **d.** $1{,}05 + 1{,}10$

4. Un article subit une baisse de 30%. Quel coefficient multiplicateur applique-t-on ?

a. 0,7 **b.** 1,3 **c.** 0,3 **d.** $-0{,}3$

5. Une quantité augmente de x%. Laquelle des affirmations suivantes est correcte ?

a. Le coefficient multiplicateur est $1 - x$.

b. Le coefficient multiplicateur est $1 + x$.

c. Le coefficient multiplicateur est $1 + \dfrac{x}{100}$.

d. Le coefficient multiplicateur est x.

6. Une valeur a été multipliée par 0,8. Quel est son taux d'évolution ?

a. 0.2 **b.** -0.2 **c.** -0.8 **d.** 0.8

CORRECTION

1. Une augmentation de 112% correspond à un coefficient multiplicateur :

$$1 + \frac{112}{100} = 2{,}12$$

Réponse correcte : **b.**

2. Le taux d'évolution est :

$$\frac{64 - 80}{80} = \frac{-16}{80} = -0{,}2$$

Réponse correcte : **a.**

3. Une augmentation de 5% puis de 10% correspond au coefficient multiplicateur :

$$1{,}05 \times 1{,}10$$

Réponse correcte : **c.**

4. Une baisse de 30% correspond au coefficient multiplicateur :

$$1 - \frac{30}{100} = 0{,}7$$

Réponse correcte : **a.**

5. Une augmentation de $x\%$ correspond au coefficient multiplicateur :

$$1+\frac{x}{100}$$

Réponse correcte : **c**.

6. Multiplier par 0,8 revient à une baisse de :

$$1-0{,}8=0{,}2$$

soit un taux d'évolution de $-0{,}2$.

Réponse correcte : **b**.

EXERCICE 2 (7 POINTS)

Dans une station de ski, un forfait journée augmente chaque année d'un montant constant. En 2020, le forfait coûtait 38 euros. En 2021, il coûtait 41 euros.

On modélise l'évolution du prix du forfait par une suite (u_n) où u_n est le prix (en euros) du forfait l'année $2020+n$.

1. Donner u_0 et u_1.
2. Expliquer pourquoi (u_n) est une suite arithmétique et donner sa raison.
3. Exprimer u_n en fonction de n.
4. Calculer le prix du forfait en 2025.
5. La commune veut estimer les recettes liées à la vente d'un forfait par an pendant 13 ans, de 2020 à 2032 inclus.

   Calculer la somme des 13 premiers termes de la suite (u_n) puis conclure.

CORRECTION

1. En 2020 :

$$u_0=38$$

En 2021 :

$$u_1=41$$

2. Le prix augmente chaque année d'un montant constant :

$$41-38=3.$$

Donc pour tout $n\in\mathbf{N}$, $u_{n+1}=u_n+3$. La suite (u_n) est ainsi arithmétique de raison $r=3$.

3. La forme explicite est :

$$\forall n\in\mathbf{N}, u_n=u_0+nr=38+3n.$$

4. En 2025, on a $n=5$:

$$u_5=38+3\times 5=53$$

Le prix du forfait en 2025 est de 53 euros.

5. De 2020 à 2032 inclus, on considère 13 années, donc les 13 premiers termes de la suite.

$$u_{12}=38+3\times 12=74$$

Somme des 13 premiers termes :

$$S=\sum_{k=0}^{12}u_k=u_0+\cdots+u_{12}=\frac{u_0+u_{12}}{2}\times 13=\frac{38+74}{2}\times 13$$

$$S=56\times 13=728$$

La recette totale sur les 13 années est de 728 euros pour un forfait vendu par an.

EXERCICE 3 (10 POINTS)
Léo envisage l'achat d'un téléphone portable dont la capacité de stockage est de 32 gigaoctets (Go). Selon la notice, la configuration initiale du téléphone nécessite 20 % de cette capacité pour le système d'exploitation.

1. Calculer le nombre de gigaoctets utilisés par le système d'exploitation après la configuration initiale du téléphone.

En raison des différentes mises à jour, Léo estime que le nombre de gigaoctets utilisés par le système d'exploitation augmente de 0,5 % par mois.

2. On note u_0 le nombre de gigaoctets utilisés par le système d'exploitation après la configuration initiale de son téléphone. Ainsi $u_0 = 6,4$.

Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, on note u_n le nombre de gigaoctets utilisés par le système d'exploitation, n mois après la configuration initiale du téléphone.

a. Montrer que $u_1 = 6,432$. Interpréter le résultat.

b. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

c. Déterminer une expression de u_n en fonction de n.

d. Calculer le nombre de gigaoctets utilisés par le système d'exploitation 2 ans après la configuration initiale du téléphone.

Léo estime que pour utiliser son téléphone dans de bonnes conditions, celui-ci doit disposer d'une capacité de stockage disponible d'au moins 4 Go.

e. Avec l'aide de la calculatrice, déterminer le plus petit entier naturel n vérifiant l'inéquation

$$6,4 \times 1,005^n > 28.$$

f. Interpréter le résultat précédent.

Léo estime que, chaque mois, les nouvelles photos et les nouveaux messages occuperont 450 mégaoctets (Mo) supplémentaires. Il décide de ne rien supprimer.

3. Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de gigaoctets utilisés par le système d'exploitation, les photos et les messages au bout de n mois après la configuration initiale du téléphone.

Ainsi $v_0 = 6,4$.

a. Justifier que $v_n = 6,4 \times 1,005^n + 0,45n$.

b. Calculer le nombre de gigaoctets utilisés 2 ans après la configuration initiale du téléphone.

c. Léo écrit l'algorithme suivant.

```
n ← 0
v ← 6,4
Tant que v ⩽ 28
   n ← n + 1
   v ← 6,4 × 1,005^n + 0,45n
Fin Tant que
```

Que représente le contenu de la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

CORRECTION
Léo envisage l'achat d'un téléphone portable dont la capacité de stockage est de 32 giga- octets (Go). Selon la notice, la configuration initiale du téléphone nécessite 20 % de cette capacité pour le système d'exploitation.

1. $\dfrac{20}{100} \times 32 = 6,4$ gigaoctets sont utilisés par le système d'exploitation.

En raison des différentes mises à jour, Léo estime que le nombre de gigaoctets utilisés par le système d'exploitation augmente de 0,5 % par mois.

2. **a.** On a $u_1 = u_0\left(1 + \dfrac{0,5}{100}\right) = 6,4 \times 1,005 = 6,432$ (gigaoctets).

Au bout de un mois, le système d'exploitation occupera 6,432 gigaoctets de la capacité de stockage.

b. Chaque terme de la suite est le produit du terme précédent par 1,005 : la suite (u_n) est donc une suite géométrique de premier terme $u_0 = 6,4$ et de raison $1,005$.

c. On sait que le terme général de la suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 \times q^n$.

Ici $u_n = 6,4 \times 1,005^n$, quel que soit le naturel n.

d. 2 ans correspondent à 24 mois, donc

$u_{20} = 6,4 \times 1,005^{24} \approx 7,214$.

e.

$$6,4 \times 1,005^n > 28.$$

Si Léa veut avoir 4 Go libres sur 32 Go il faut que le système n'occupe pas plus de

$32 - 4 = 28$ Go, d'où l'inéquation à résoudre .

Avec la calculatrice :

On tape 6,4 Entrée (on a u_0), puis

$\times 1,005$ Entrée : on obtient u_1

Entrée : on obtient u_2

......jusqu'à obtenir un terme de la suite supérieur à 28.

f. La place prise par le système d'exploitation dépassera 28 Go au bout de 296 mois soit 24 ans et 8 mois.

Léo estime que, chaque mois, les nouvelles photos et les nouveaux messages occuperont 450 mégaoctets (Mo) supplémentaires. Il décide de ne rien supprimer.

3. Ainsi $v_0 = 6,4$.

a. Chaque mois 450 Mo = 0,450 Go de photos seront stockés, donc au bout de n mois celles-ci prendront $0,45n$ Go de mémoire.

La place prise par le système d'exploitation plus les photos sera donc :

$v_n = u_n + 0,45n = 6,4 \times 1,005^n + 0,45n$

b. Au bout de 2 ans = 24 mois la place prise sera de :

$v_{24} = 6,4 \times 1,005^{24} + 0,45 \times 20 \approx 18,014$ (Go).

c. n donnera le plus petit nombre de mois à partir desquels le téléphone aura moins de 4 Go de capacité de stockage