# BAC BLANC MATHS SUJET 1 /CORRIGE/ Barème sur 21

## PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 points)

**Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.**

**Question 1**

Le triple de l'inverse de 8 est :

| | | | |
|---|---|---|---|
| **A.** -24 | **B.** -11 | **C.** $\frac{3}{8}$ | **D.** -5 |

$3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$

**Question 2**

Un blouson est au prix de 160 €. Après réduction, son nouveau prix est de 120 €. La réduction du prix en pourcentage est :

| | | | |
|---|---|---|---|
| **A.** 25 % | **B.** 40 % | **C.** 50 % | **D.** 75 % |

**Réduction 40 € ;** $\frac{40}{160} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 25\%$

**Question 3**

Une réduction de 30% suivie d'une augmentation de 40 % équivaut à :

| | | | |
|---|---|---|---|
| **A.** une augmentation de 10% | **B.** une réduction de 2% | **C.** une augmentation de 5% | **D.** une réduction de 10% |

$0,7 \times 1,4 = 0,98$ **correspond à une réduction de 2 %**

**Question 4**

$A$ et $B$ sont deux évènements. On sait que $p(A)$=0,7 et $p(B)$=0,5.

Quelle affirmation est vraie ?

| | | | |
|---|---|---|---|
| **A.** $p(A\cap B)=0{,}2$ | **B.** $p(A\cup B)=1{,}2$ | **C.** $p(A\cap B) \neq 0$ | **D.** $p(A\cap B) \neq 0{,}5$ |

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$**, une probabilité étant inférieure à 1 et comme** $0,7 + 0,5 > 1$ **on doit avoir** $p(A \cap B) \neq 0$**.**

**Les réponses A et D pouvant être vraie (sans que l'on puisse l'affirmer) seront acceptées.**

**Question 5**

On considère $x$, $y$ et $z$ trois nombres réels non nuls tels que $E=\frac{1}{x}+yz$

Lorsque $x=\frac{5}{3}$, $y=\frac{2}{3}$ et $z$=-6, la valeur de $E$ est :

| | | | |
|---|---|---|---|
| **A.** $E=\frac{-7}{3}$ | **B.** $E=\frac{1}{3}$ | **C.** $E=\frac{23}{5}$ | **D.** $E=-\frac{17}{5}$ |

$$E = \frac{1}{\frac{5}{3}} + \frac{2}{3} \times (-6) = \frac{3}{5} - \frac{12}{3} = \frac{9}{15} - \frac{60}{15} = -\frac{51}{15} = -\frac{3 \times 17}{3 \times 5} = -\frac{17}{5}$$

**Question 6**

On considère le nombre $X=\frac{30^7}{3^5}$. On a :

| | | | |
|---|---|---|---|
| **A.** $X$=20 | **B.** $X$=100 | **C.** $X$=9 000 | **D.** $X$=90 000 000 |

$$X=\frac{30^7}{3^5}=\frac{(3\times 10)^7}{3^5} = \frac{3^7 \times 10^7}{3^5} = 3^2 \times 10^7 = 90\,000\,000$$

**Question 7**

L'expression développée et réduite de $(3x+0{,}5)^2$ est :

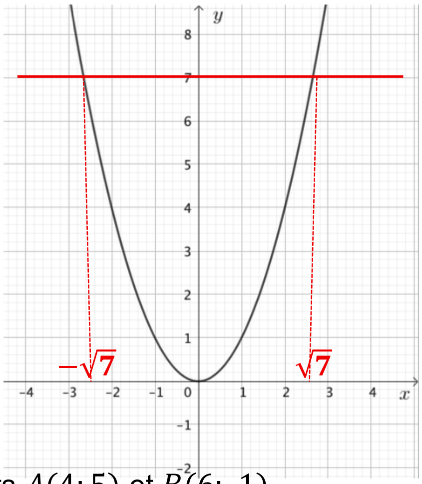
| | | | |
|---|---|---|---|
| **A.** $3x^2+1{,}5x+1$ | **B.** $9x^2+3x+1$ | **C.** $9x^2+1{,}5x+0{,}25$ | **D.** $9x^2+3x+\frac{1}{4}$ |

$$(3x+0,5)^2 = 9x^2 + 2 \times 3x \times 0,5 + 0,5^2 = 9x^2 + 3x + 0,25$$

## Question 8

On a représenté ci-contre la fonction carré.
On note $S$ l'ensemble des solutions réelles de l'inéquation $x^2 \leq 7$. On a :

| | |
|---|---|
| **A.** $S=[-2{,}8\ ;\ 2{,}8]$ | **B.** $S=]-\sqrt{7};\sqrt{7}[$ |
| **C.** $S=[-\sqrt{7};\sqrt{7}]$ | **D.** $S=\{-\sqrt{7};\sqrt{7}\}$ |




## Question 9

Le plan est muni d'un repère orthogonal. On considère les points $A(4;5)$ et $B(6;-1)$.
Le coefficient directeur de la droite $(AB)$ est égal à :

| | | | |
|---|---|---|---|
| **A.** -3 | **B.** $-\frac{1}{3}$ | **C.** 2 | **D.** $\frac{1}{2}$ |

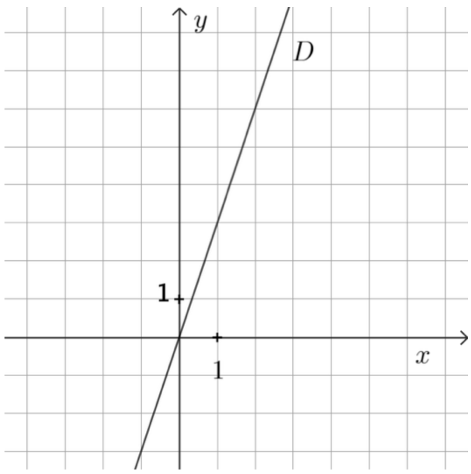
$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1-5}{6-4} = \frac{-6}{2} = -3$$

## Question 10

On a représenté ci-contre une droite $d$.
Parmi les quatre équations ci-dessous, celle qui peut représenter la droite $d$ est :

| | |
|---|---|
| **A.** $y = x^2 - (x-3)\,x$ | **B.** $y+3x=0$ |
| **C.** $3x-y+1=0$ | **D.** $y=\frac{1}{3}x$ |

$A : y = x^2 - x^2 + 3x = 3x$




## Question 11

Voici une série de notes sur 20 avec les coefficients associés.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Note | 10 | 7 | $n$ |
| Coefficient | 2 | 1 | 2 |

Pour que la moyenne soit de 11, la note $n$ doit être :

| | | | |
|---|---|---|---|
| **A.** C'est impossible | **B.** $n=8$ | **C.** $n=14$ | **D.** $n=16$ |

$\bar{x} = \frac{20+7+2n}{2+1+2} = \frac{27+2n}{5}$ ; $\frac{27+2n}{5} = 11 \Leftrightarrow 27+2n = 55 \Leftrightarrow 2n = 55-27 = 28 \Leftrightarrow n = 14$

## Question 12

Un cylindre de rayon $R$ (en $m$) et de hauteur $h$ (en $m$) a pour volume (en $m^3$) : $V=\pi R^2 h$
L'expression permettant, à partir de cette formule, d'exprimer le rayon $R$ est :

| | | | |
|---|---|---|---|
| **A.** $R=\frac{V}{\pi h}$ | **B.** $R=\frac{\sqrt{V}}{\pi h}$ | **C.** $R=\sqrt{\frac{V}{\pi h}}$ | **D.** $R=\sqrt{V-\pi h}$ |

$$V=\pi R^2 h \Leftrightarrow R^2 = \frac{V}{\pi h} \Leftrightarrow R = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$$

**DEUXIÈME PARTIE (15 points)**

**Exercice 1 (7 points)**

*Les parties A, B et C peuvent être traitées de manière indépendante.*

Une ville possède un grand jardin public.

**Partie A :** **(3 points)**

En 2025, le directeur du jardin décide de faire creuser un puis afin d'arroser pendant les périodes sèches.
Le coût du forage est estimé ainsi :

- Le premier mètre coûte 500 euros
- Chaque nouveau mètre coûte 25 euros de plus que le précédent.

On appelle $(u_n)$ la suite où $u_1$=500 et $u_n$ représente le prix pour forer le $n$-ième mètre de ce puis.

1) Calculer $u_2$ et en déduire que le prix total pour un forage de 2 mètres est de 1025 euros.
2) Calculer $u_{11}$.
3) En déduire le prix total à payer pour un forage de 11 mètres.

*Attention, cette suite ne commence pas à $u_0$!*

1) **$u_2 = 525$ ; le prix d'un forage de 2 mètres est donc de 500+525=1025 euros** **(0,5-0,5 pts)**
2) **La suite $(u_n)$ est arithmétique de raison 5 et de premier terme $u_1 = 500$**
   **On a donc la formule explicite : $u_n = u_1 + (n-1) \times r = 500 + (n-1) \times 25$**
   **$u_{11} = 500 + 10 \times 25 = 750$** **(1 pts)**
3) **On doit calculer $u_1 + u_2 + \cdots + u_{11} = 11 \times \frac{u_1+u_{11}}{2} = 11 \times \frac{500+750}{2} = 11 \times \frac{1250}{2} = 11 \times 625 = 6875$**
   **Le forage coûtera 6 875 euros.** **(1 pts)**

**Partie B :** **(2 pts)**

Le 1[er] janvier 2026, la ville a également lancé une application qui informe des horaires et de toutes les activités et évènements organisés dans le jardin public.
Lors du lancement, il y avait 1000 téléchargements de l'application.
Une étude prévoit une progression des téléchargements de 10 % chaque semaine.
On modélise le nombre de téléchargements hebdomadaires par une suite $(v_n)$ où $v_n$ représente le nombre d'applications téléchargées durant la $n$-ième semaine après le début du lancement.
On a donc $v_0$ = 1000.

1) Calculer $v_1$ *et* $v_2$. Combien y aura-t-il d'applications chargées au bout de deux semaines ?

**$v_1 = 1000 \times 1,1 = 1100$ *et* $v_2 = 1100 \times 1,1 = 1210$ Il y aura donc 3 310 applications téléchargées au bout de deux semaines (en comptant les 1 000 de départ)** **(1pts)**

2) Écrire, pour tout entier naturel $n$, l'expression de $v_n$ en fonction de $n$.

**C'est une suite géométrique de raison $q = 1,1$ et de premier terme $v_0 = 1000$**
**$u_n = v_0 \times q^n = 1000 \times 1,1^n$** **(0,5pts)**

3) Voici une fonction rédigée en langage Python :

```python
def suite ():
    v=1000
    S=1000
    n=0
    while S<25000:
        n=n+1
        v=v*1.1
        S=S+v
    return n
```

La fonction retourne la valeur 13.
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
**Le nombre de téléchargements dépassera 25 000 13 semaines après le début du lancement.** **(0,5 pts)**

**Partie C :** **(3 pts)**

Les jardiniers souhaitent faire pousser des tulipes rouges, jaunes et blanches dans le jardin public.
Un des jardiniers a mélangé les bulbes de tulipes lors du déchargement du camion de livraison.

- 40% sont à fleur rouge, 30% sont à fleur jaune, le reste est à fleur blanche.
- Une fois plantés, 80% des bulbes à fleur rouge, 90% des bulbes à fleur jaune et 80% des bulbes à fleur blanche donnent une fleur (les autres ne pousseront pas).

On choisit un bulbe au hasard et on note :

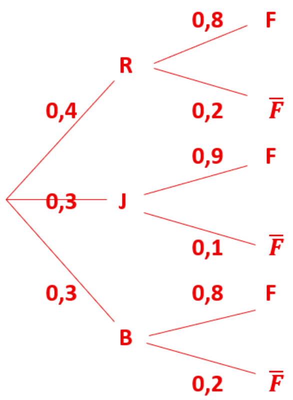
F : le bulbe fleurit ;

R : le bulbe est à fleur rouge ; J : le bulbe est à fleur jaune ; B : le bulbe est à fleur blanche ;

1) Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
2) Justifier que la probabilité que le bulbe fleurisse est de 0,83.
3) Sachant que le bulbe *est à fleurs rouge, quelle est la probabilité qu'il fleurisse* ?
4) Les évènements R et F sont-ils indépendants ? Justifier.

| |
|---|
| **Aides au calcul :** $\frac{1250}{2}$=625 ; 0,32 × 0,83=0,2656 ; 0,32 ÷ 0,83 ≈ 0,3856 ; 0,4 × 0,83=0,332 |

**1) 1 pts**




**2) Les évènements R,J,B forment une partition de l'univers.**

$$p(F) = p(R \cap F) + p(J \cap F) + p(B \cap F)$$

$$= 0,4 \times 0,8 + 0,3 \times 0,9 + 0,3 \times 0,8$$

$$= 0,32 + 0,27 + 0,24 = 0,83$$ **(0,5 pts)**

**3)** $\boldsymbol{se\ lit\ dans\ l'arbre: P_R(F) = 0,8}$ **(0,5 pts)**

**4)** $\boldsymbol{p(F) \times p(R) = 0,83 \times 0,4 = 0,332}$

$\boldsymbol{p(F \cap R) = 0,32 \neq 0,332}$

**Donc les évènements ne sont pas indépendants. (1 pts)**

**Exercice 2 (7 points)**

**<u>Partie A :</u> (3 pts)**

On considère la fonction polynôme $P$ définie pour tout réel $x$ par :

$$P(x)=2x^3\text{-}3x^2\text{-}1$$

1) **a.** On notera $P'$ sa fonction dérivée. Déterminer $P'(x)$.
   **b.** Étudier le signe de la dérivée et en déduire le tableau de variation de la fonction $P$ sur $\mathbb{R}$.
2) **a.** Calculer $P(1)$ et $P(2)$.
   *On admet i*ci que l'équation $P(x)$=0 admet une unique solution réelle $\alpha$ et que cette solution appartient à l'intervalle* $]1\ ;\ 2[$.
   **b.** À partir du tableau de valeurs de la fonction présenté ci-contre, donnez un encadrement de $\alpha$ au millième ($10^{-3}$ près).
3) En déduire le tableau de signes de $P(x)$ sur $\mathbb{R}$.

| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | $x$ | $P(x)$ |
| 2 | ... | |
| 3 | 1,67 | -0,052 |
| 4 | 1,671 | -0,045 |
| 5 | 1,672 | -0,038 |
| 6 | 1,673 | -0,032 |
| 7 | 1,674 | -0,025 |
| 8 | 1,675 | -0,018 |
| 9 | 1,676 | -0,011 |
| 10 | 1,677 | -0,004 |
| 11 | 1,678 | 0,002 |
| 12 | 1,679 | 0,009 |
| 13 | 1,68 | 0,016 |

**1)a)** $\boldsymbol{P'(x) = 6x^2 - 6x}$ **(0,5 pts)**

**b)** $\boldsymbol{6x^2 - 6x = 6x(x-1)}$ **les racines sont 0 et 1** **(1 pts)**

| $\boldsymbol{x}$ | $-\infty$ | | 0 | | 1 | | $-\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Signe de $P'(x)$** | | + | 0 | - | 0 | + | |
| **Variations de $P(x)$** | | ↗ | -1 | ↘ | -2 | ↗ | |

**2)a)** $\boldsymbol{P(1) = -2\ ;\ P(2) = 3}$ **(2*0,25 pts)**

**b)** $\boldsymbol{1,677 < \alpha < 1,678}$ **(0,5 pts)**

**3) (0,5 pts)**

| $x$ | $-\infty$ | $\alpha$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| **Signe de $P(x)$** | - | 0 | + |

**<u>Partie B</u> : (2pts)**

On considère la fonction $f$ définie sur ]-1; +∞[ par : $f(x)=\frac{1-x}{1+x^3}$

1) Montrer que, pour tout réel $x \in$ ]-1; +∞[ : $f'(x)=\frac{P(x)}{(1+x^3)^2}$
   où $P(x)$ est le polynôme étudié dans la partie A.

2) En utilisant le résultat de la question 3), de la partie A., étudier le signe de la dérivée $f'$ sur ]-1; +∞[. En déduire les variations de $f$.
   *On ne demande pas de calculer la valeur de $f(\alpha)$.*

**1) On utilise la dérivée de $\frac{u}{v}$ où $u(x)=1-x$ et $v(x)=1+x^3$**

$$u'(x)=-1 \quad et \quad v'(x)=3x^2$$

$$f'(x)=\frac{-(1+x^3)-(1-x)(3x^2)}{(1+x^3)^2}=\frac{-1-x^3-3x^2+3x^3}{(1+x^3)^2}=\frac{2x^3-3x^2-1}{(1+x^3)}=\frac{P(x)}{(1+x^3)^2}$$ **(1pts)**

**2) $(1+x^3)^2>0$ donc le signe de $f'(x)$ ne dépend que du signe de $P(x)$**

| $x$ | $-1$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **Signe de $f'(x)$** | | - | 0 | + | |
| **Variations de $f(x)$** | | $\searrow$ | $f(\alpha)$ | $\nearrow$ | |

**<u>Partie C :</u> (2pts)**

1) Déterminer une équation de la droite $T_0$ tangente à la courbe $C_f$ au point d'abscisse 0.
2) Étudier les positions relatives des courbes $C_f$ et $T_0$ sur l'intervalle ]-1; +∞ [.

**1) $y=f'(0)(x-0)+f(0)=-1x+1$ (0,5pts)**

**2) On étudie le signe de $f(x)-(-x+1)=\frac{1-x}{1+x^3}-(-x+1)=\frac{1-x-(-x+1)(1+x^3)}{1+x^3}=\frac{1-x+x-1+x^4-x^3}{1+x^3}$**

$$=\frac{x^4-x^3}{1+x^3}=\frac{x^3(x-1)}{1+x^3}$$

**Sur ]-1; +∞ [ : $x^3>0$ et $1+x^3>0$ donc le signe ne dépend que de $x-1$**
**or $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$**
**Donc sur $]-1\,;1[$ $C_f$ est en dessous de $T_0$ et sur $]1\,;+\infty[$ $C_f$ est au dessus de $T_0$.**
**(1,5 pts)**