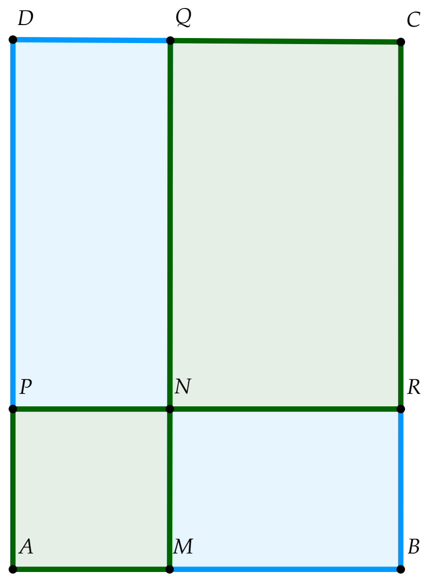
Classe : Première spécialité mathématique
Calculatrice : ✔
Durée : 4 jours

Devoir maison n°1

Exercice 1 | 154 p28

$ABCD$ est un rectangle tel que : $AB = 8$m et $AD = 10$m. On partage ce rectangle en quatre zones : un carré $AMNP$ et trois rectangles $MBRN$, $NRCQ$ et $PNQD$. On pose $AM = x$ et on note $f(x)$ la somme des aires du carré $AMNP$ et du rectangle $NRCQ$.



1. À quel intervalle x doit-il appartenir ?
2. Montrer que $f(x) = 2x^2 - 18x + 80$.
3. Pour quelles positions du point M la somme des aires du carré $AMNP$ et du rectangle $NRCQ$ est-elle égale à la moitié de l'aire du rectangle $ABCD$?

Correction

1. $M \in [AB]$ donc $x \in [AA ; AB] = [0 ; 8]$.
2. On calcule $f(x)$ comme somme des deux aires vertes.
   $\mathscr{A}_{AMNP} = AM^2 = x^2$ car $AMNP$ est un carré.
   De plus, $\mathscr{A}_{NRCQ} = NR \times NQ = MB \times PD = (AB - x)(AD - x) = (8 - x)(10 - x) = 80 - 8x - 10x + x^2 = x^2 - 18x + 80$ car $NR = MB$ et $NQ = PD$.

   Finalement, $\boxed{f(x) = \mathscr{A}_{AMNP} + \mathscr{A}_{NRCQ} = 2x^2 - 18x + 80.}$
3. On cherche $x \in [0 ; 8]$ tel que $f(x) = \dfrac{\mathscr{A}_{ABCD}}{2}$. Autrement dit, on résout dans $[0 ; 8]$ l'équation

   $$2x^2 - 18x + 80 = 40 \Leftrightarrow 2x^2 - 18x + 40 = 0$$

   On calcule pour commencer le discriminant Δ de $2x^2 - 18x + 40$: $\Delta = (-18)^2 - 4 \times 2 \times 40 = 4$.

   $\Delta > 0$ donc il y a deux solutions réelles : $x_1 = \dfrac{-(-18) + \sqrt{4}}{2 \times 2} = \dfrac{18 + 2}{4} = 5$ et $x_2 = \dfrac{-(-18) - \sqrt{4}}{2 \times 2} = \dfrac{18 - 2}{4} = 4$.
   Les deux solutions sont dans $[0 ; 8]$ donc x est égal à 4 ou 5.